

**PROPÓSITOS Y CONTENIDOS**

**DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**EN EL NIVEL DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN MÉXICO**

**AUTORAS:**

**Silvia Alatorre Frenk**  
**Natalia de Bengoechea Olguín**  
**Lydia Yolanda López Amador**  
**Elsa L. Mendiola Sanz**  
**Mariana Sáiz Roldán**

**Colaborador:**

**Arturo Villarreal Luna**

**Profesores de la Universidad Pedagógica Nacional**

## RESUMEN

En este estudio se pretende establecer un diagnóstico acerca de qué matemáticas, para qué y cómo se supone que se enseñan en el nivel de primaria en México. Se ha considerado como material básico para realizar este estudio el paquete de materiales de distribución generalizada en las escuelas primarias, sea para el maestro, sea para el alumno. En matemáticas, éstos son: el plan y programas de estudio, los libros de texto gratuitos para los niños, los ficheros de actividades, los avances programáticos, y los libros para el maestro.

En este estudio se realizó un análisis detallado de las lecciones de todos los libros de texto y las fichas de los ficheros de actividades de primero y segundo grados. Para este análisis se construyeron las siguientes variables:

- **Contenidos:** Se elaboró una clasificación que permite describir qué contenidos matemáticos se tratan en cada unidad de análisis. El punto de partida para esta clasificación fueron los seis programas emitidos por la SEP.
- **Habilidades:** A la par de los contenidos, se construyó una clasificación de las habilidades que se detectaron puestas en juego por las lecciones de los libros de texto o las fichas de los ficheros de actividades. Aquí, a diferencia de la variable contenidos, no se tomó como punto de partida los programas de la SEP pues en ellos no se dice con claridad cuáles habilidades se persigue desarrollar.
- **Tema:** Se establece para registrar el concepto o el tema matemático principal que se estudia en una lección del libro de texto o en una ficha del fichero de actividades.
- **Énfasis:** Registra si las lecciones o fichas están centradas en torno a un tema o un concepto matemático o en torno a otros aspectos como la resolución de problemas o el análisis de la información.
- **Conceptualización:** Con esta variable se intentó identificar en las lecciones y fichas la finalidad, en términos de la adquisición conceptual, que se pretende des-

arrolle el sujeto respecto al tema o concepto principal que se aborda en ella. Ésta puede ser de construcción, institucionalización, aplicación o uso.

- **Léxico:** Esta variable fue diseñada para detectar las palabras y expresiones usuales en matemáticas que el niño aprende en el transcurso de la educación primaria.

También se hizo en este estudio un análisis global de todos los materiales. Para realizarlo se buscó responder a las siguientes preguntas sobre la enseñanza que se hace a través de estos materiales:

1. ¿Cuáles son los propósitos explícitos e implícitos?
2. ¿Qué idea subyace acerca de las matemáticas?
3. ¿Qué papel tienen en la enseñanza los problemas y ejercicios?
4. ¿Se considera el aprendizaje como lineal?
5. ¿Qué planteamientos se hacen acerca de los seis ejes temáticos?
6. ¿La propuesta es congruente?
7. ¿Se promueve una conexión con la realidad y con otras disciplinas?
8. ¿Cómo se justifica el cambio de programas de 1993?

Entre los principales resultados se pueden destacar los siguientes:

### **Con respecto a los propósitos**

Los propósitos generales enunciados por la SEP aluden al desarrollo de capacidades y habilidades consideradas necesarias para usar los conocimientos adquiridos o para avanzar hacia otros niveles de conocimiento en la línea de contenidos matemáticos. Si se analizan estos propósitos conjuntamente con la lista establecida de contenidos, puede afirmarse que las metas propuestas son altas e implican bastante más que el aprendizaje mecanicista de una serie de definiciones, algoritmos y fórmulas; implican conocer el significado de los objetos matemáticos, comprender sus relaciones, y saber cómo aplicar las operaciones, para qué y cuándo.

## **Con respecto a los contenidos**

Se hizo un seguimiento detallado de la presentación de contenidos en todos los libros de texto y los primeros dos ficheros de actividades. Los resultados, presentados por eje temático, se pueden resumir como sigue.

### Eje de los números, sus relaciones y sus operaciones

La línea de números dentro del eje está bastante bien estructurada y desarrollada para los contenidos relacionados con naturales y fracciones. El seguimiento de estas dos clases de números señala un avance progresivo y una dosificación gradual de estos contenidos. También se percibe que la presentación de contenidos sigue las pautas señaladas por el enfoque, en el sentido de iniciar con niveles concretos e ir avanzando hacia la abstracción.

Sin embargo, el análisis ha mostrado grandes carencias en la línea de números decimales. Éstos aparecen súbitamente; aunque se han presentado y usado las fracciones decimales, la entrada a su representación en forma decimal, con el punto, se hace de una lección a otra sin ningún paso intermedio, ni una fase de reformulación o reflexión que pudiera ser el corolario del proceso de construcción de los naturales y de las fracciones. Las carencias se manifiestan también en las operaciones con decimales.

Los números naturales tienen un fuerte peso; las fracciones tienen un peso menor y los decimales aún menor. En cuanto a las operaciones, las más atendidas son las de números naturales y, de ellas, la suma y la multiplicación. Las tres operaciones con fracciones (suma, resta y multiplicación de un natural por una fracción) y las operaciones con números decimales tienen un peso relativo menor. Hay también lecciones en las que el alumno debe realizar varias operaciones; estas adquieren un peso gradualmente progresivo desde cuarto hasta sexto grados.

### Eje de medición

El eje de medición es en general un eje bien estructurado y desarrollado aunque no se les da la misma importancia a todas las magnitudes consideradas.

Como carencias en el desarrollo de este eje pueden señalarse respecto a la medición del tiempo la falta de concordancia entre los programas de matemáticas y los de otras asignaturas y el escaso trabajo sobre la lectura del reloj, y, respecto a las otras magnitudes, que la línea de relación entre forma y perímetro y entre área y perímetro sólo se ve en segundo y cuarto; esto es grave puesto que dos de los errores más comunes respecto al área y el perímetro son confundir estas propiedades entre sí, especialmente al calcularlas, y creer que una depende de la otra en el sentido de que a mayor perímetro mayor área y viceversa.

En medición las tres principales magnitudes: longitud, área y volumen, tienen un peso relativo que aumenta gradualmente hasta alcanzar un máximo en sexto. Cabe notar que en los últimos dos grados el perímetro da cuenta de buena parte del peso relativo de los contenidos de longitud.

### Eje de geometría

El eje de geometría, globalmente, no se encuentra bien estructurado. Se presentan tres líneas de trabajo: por un lado se encuentran actividades que apuntan hacia el plano cartesiano, por otro lado hay actividades que apuntan a la geometría euclidiana y, por último, otras que apuntan hacia un trabajo de la geometría de las transformaciones del plano. La ubicación de las actividades de las tres líneas parece azarosa y no se percibe coherencia en la estructuración de los contenidos del eje.

Algunas actividades o líneas de trabajo emprendidas en el primer grado (recorridos, tangram, mosaicos, teselaciones) en algún momento dejan de aparecer o aparecen sólo de manera aislada. Por ejemplo las teselaciones sólo aparecen en primer grado. En cambio los giros aparecen en unas cuantas lecciones de cuarto y nada más. La simetría se trabaja mucho en tercero y cuarto pero su trabajo en grados posteriores es mínimo.

Otro tipo de problemas detectado en este eje es que se omiten en los libros algunos contenidos, como el trabajo con cuerpos señalado en el programa como un trabajo im-

portante en el tercer grado. En términos generales el trabajo en tres dimensiones es débil.

Los contenidos relacionados con ubicación y representación en el espacio tienen mucho menor peso que los análogos en el plano. La misma disparidad entre las tres y las dos dimensiones se observa en los pesos relativos de los contenidos de cuerpos y de figuras geométricos.

### Eje de tratamiento de la información

Este eje se inicia desde primer grado y está en general bien estructurado. Con respecto a la línea de tratamiento estadístico, hay muchas experiencias en registro e interpretación de la información, aunque en algunos casos falta análisis. Se llega al cálculo de promedios y medianas aunque con dificultades al respecto y prácticamente no se considera la moda, que está incluida en los programas.

Con respecto al tratamiento de la información relacionado con la resolución de problemas, encontramos que todas las líneas tienen continuidad desde el grado en que inician hasta el fin de la primaria, excepto la línea que podríamos denominar “múltiples soluciones”, que está descuidada en tercero y quinto.

### Eje de procesos de cambio

Este eje inicia de acuerdo a los programas en cuarto grado, sin embargo desde segundo se encuentran antecedentes de variación proporcional, asociados a problemas multiplicativos. Éste es un eje bien estructurado, bien desarrollado y con pocos errores, claramente se refleja en su desarrollo el enfoque de avanzar poco a poco hacia la abstracción.

### Eje de predicción y azar

Al hacer el seguimiento de contenidos se encuentra que esta línea está muy mal desarrollada en general. Los conceptos se presentan erróneamente y, en los casos donde no hay errores, falta una fase de reformulación y reflexión que permita avanzar a un nivel de abstracción mayor y a una comprensión del concepto de azar. Una fuente de

confusiones es la identificación, en tercero y cuarto grados, de los fenómenos aleatorios con cualquier falta de información, otra se halla en la falta de reflexión acerca de la necesidad de efectuar experimentos múltiples y acerca de sus resultados.

Los errores en la construcción de este eje son tanto más graves cuanto que se sabe que los conceptos de azar y de probabilidad son contraintuitivos y que no basta con la exposición a situaciones aleatorias para llegar a conceptos correctos.

El eje interviene solamente en cuatro lecciones de cada uno de los grados tercero, cuarto, quinto y sexto.

### **Con respecto a la resolución de problemas y el uso de instrumentos**

El enfoque de la propuesta educativa actual para la educación primaria señala como el motor del aprendizaje de las matemáticas a la resolución de problemas. El eje más atendido en este sentido es el de aritmética, seguido por los de medición y geometría y, en menor medida, el de procesos de cambio. Hay en los cuatro ejes una tendencia general al aumento porcentual de unidades de análisis en las que se trabaja la resolución de problemas. En los cuatro casos, esta tendencia se nota particularmente a partir de tercer grado, sobre todo en los ejes de aritmética y de procesos de cambio, mientras que en los de medición y geometría el ritmo de crecimiento se desacelera hacia el final de la primaria.

El uso de instrumentos de medición, del juego de geometría y de la calculadora es otro de los aspectos que se consideraron al analizar los materiales de la escuela primaria. El uso de instrumentos de medición es fuerte en longitud; en capacidad y peso es menor. El uso del juego de geometría está cargado a sexto excepto por la regla que ya han utilizado con frecuencia. Llama la atención el hecho de que el uso de la calculadora desaparezca después del segundo grado y no vuelva a aparecer hasta quinto cuando puede ser una herramienta útil y explotable.

## **Con respecto a la conceptualización**

La conceptualización se asoció a los temas o conceptos matemáticos principales de cada lección y la distribución de éstos es muy similar a la de resolución de problemas por eje. Esta congruencia permite presumir que la distribución de los ejes temáticos en la primaria es también similar.

La mayor parte del trabajo de matemáticas en la primaria es en aritmética (55%) y dentro de ésta en números naturales, donde la conceptualización se distribuye en un 51% de construcción, 30% de uso o aplicación y 19% de institucionalización. Después de aritmética el peso relativo de los temas es el siguiente: geometría (20%), medición (17%), estadística (4%), procesos de cambio (2%) y predicción y azar (2%).

En medición el tema más atendido es longitud y en él la conceptualización se distribuye en un 77% de construcción, 16% de uso o aplicación y 7% de institucionalización.

En geometría el tema más atendido son las relaciones espaciales, y en él la conceptualización se distribuye en un 65% de construcción, 20% de uso o aplicación y 4% de institucionalización.

El trabajo de conceptualización es diferente en los seis grados. La construcción conceptual ocurre sobre todo en los primeros tres grados y disminuye posteriormente. En los últimos dos grados es donde es más fuerte el trabajo de uso o aplicación. La institucionalización ocurre principalmente en tercero, cuarto y sexto grados. En el segundo grado de cada ciclo hay en general algo menos de trabajo de construcción, y mayor uso o institucionalización que en el primero de ellos.

## **Con respecto a las habilidades**

En el transcurso de la primaria, el alumno tiene ocasión de desarrollar muchas habilidades gracias a los materiales que se le brindan en la actual propuesta. Aunque no es prerrogativa de ella el desarrollo de habilidades, puesto que en propuestas anteriores esta preocupación ya se había manifestado, sí se puede afirmar que se ha cuidado par-



ticularmente este aspecto educativo, sobre todo en lo concerniente a las habilidades relacionadas con la resolución de problemas y el tratamiento de la información.

El análisis que hemos realizado muestra que, aunque en lo global hay un gran esfuerzo por el desarrollo de habilidades, hay algunas carencias. Entre ellas, destacan el poco énfasis concedido a la percepción de perspectivas, la nula atención concedida a la modelación (que, aunque fuera en casos muy sencillos, podría iniciarse en los últimos grados de la primaria), y el bajo peso de las habilidades de estimación de resultados en sexto grado. Por otra parte, en tercer grado hay en general muy poca atención al desarrollo de habilidades.

### **Con respecto al léxico**

A lo largo de la primaria, el niño adquiere un vocabulario asociado al campo semántico de las matemáticas de unas siete centenas de términos, expresiones, símbolos, etc. El proceso no es, sin embargo, regular: después de la adquisición de aproximadamente el 31% del total de términos durante los primeros dos grados, los siguientes dos son menos ricos en términos nuevos (aproximadamente 26%), y en los últimos dos vuelve a aumentar (aproximadamente 43%), con una fuerte carga en sexto grado: más de la cuarta parte del vocabulario se adquiere en el último grado de la primaria.

El vocabulario que adquieren los niños con esta propuesta educativa es característico y se observa que se han evitado en esta propuesta los términos más formales, como *adición* y *sustracción*, sustituyéndolos por términos más usuales en el lenguaje común, como *suma* y *resta*, y que hay un amplio vocabulario relacionado con los procesos de resolución de problemas.

### **Con respecto al enfoque**

La actual propuesta se distingue fundamentalmente por su enfoque de enseñanza. De este enfoque cabe resaltar las siguientes características:

- La acción del niño en el proceso de aprendizaje es punto de partida y es meta.

- El aprendizaje se asume como un proceso en el cual el niño se va acercando, por aproximaciones sucesivas y a través de la acción y la experimentación, a nociones y contenidos matemáticos cada vez más formales.
- La variación de problemas o situaciones problemáticas es la fuente principal de significancia de los conocimientos adquiridos o en vías de construcción.
- El problema matemático desempeña ahora en la escuela un rol distinto al tradicional, pero mantiene también el anterior.
- Los niños pequeños requieren manipular material concreto. A medida que el niño avanza se irá desprendiendo del material concreto y comenzará a utilizar otras formas de representación; este proceso le permitirá avanzar por distintos niveles de generalización y abstracción.
- La búsqueda de caminos implica muchas veces procesos de ensayo y error, y elegir un camino erróneo puede ser motivo de reflexión y enriquecer la acción del niño. La socialización y comparación de los procedimientos utilizados por los alumnos es fundamental en el proceso
- Esta propuesta cambia radicalmente el papel del maestro en el proceso educativo: deberá escoger y graduar las actividades propuestas de modo que permitan un avance real en el aprendizaje, deberá promover y coordinar las discusiones; al mismo tiempo deberá ubicar los momentos claves del proceso, donde pueda avanzar hacia la institucionalización de contenidos.

### **Con respecto a la congruencia**

Globalmente podría decirse que los materiales de cada grado son congruentes, y tomados de uno en uno responden en lo general a la propuesta global. Sin embargo, un análisis más detallado de los mismos muestra algunos elementos que pueden considerarse indicadores de desajustes entre ellos. Faltan indicaciones globales sobre la importancia de cada uno de los materiales señalados y el orden en que conviene sean abordados por el docente. En conjunto cada paquete presenta una gran riqueza que puede no explotarse ni manifestarse en el trabajo concreto por desconocimiento, por parte de los maestros, de la importancia de cada documento, y por la atomización de la información.

Si bien se señaló que el análisis por paquete muestra en general congruencia dentro de cada grado, al observar el conjunto de los materiales para los seis grados se perciben diferencias más o menos significativas en la forma de tratamiento y en los niveles de dificultad de las actividades propuestas, que no son las que podría esperarse por el avance natural que implica el paso de un grado al siguiente. Los libros correspondientes a segundo y quinto grado muestran, en general, un nivel de dificultad significativamente más alto que el del respectivo grado anterior, en cuanto al tipo de actividades propuestas. Por otro lado, comparativamente las actividades propuestas en el libro de texto de tercer grado muestran globalmente un nivel de problematización bastante más bajo que las de segundo.

### **Con respecto a los materiales de apoyo al docente**

El maestro recibe un paquete de materiales por grado. En ninguno de ellos se sugiere cómo usar este paquete, en qué orden leer o consultar cada material, ni cuál de ellos es prioritario en caso de sugerencias no totalmente coincidentes. Esto hace sumamente necesario que haya un material rector de este paquete para el maestro, que presente enfoque y propósitos de la nueva propuesta, y que diga cómo usar los otros materiales para el maestro, o bien que se modifique la estructura de estos cuatro materiales para que puedan ser correctamente consultados.

### **Las conclusiones**

En este trabajo se hace un diagnóstico sobre qué matemáticas se supone que se enseñan en la educación primaria en México, qué se pretende con ello y cómo se propone hacerlo. Tanto los contenidos como los propósitos que se presentan en los materiales nos parecen adecuados para la formación que debe ofrecerse en la educación primaria con las salvedades expuestas previamente.

Los libros de texto gratuitos de matemáticas y los ficheros de actividades son una muy buena propuesta de instrumentación del plan y programas de matemáticas de primaria que, con algunas adecuaciones, serían un excelente material.

La idea que se presenta a los alumnos sobre lo que es el quehacer matemático a través del quehacer escolar resolviendo problemas nos parece una visión mucho más acertada que la que se presentó en otros planes de estudio, tanto en la utilidad del conocimiento así adquirido como en la posibilidad que se abre de continuar adquiriéndolo con independencia. El avanzar en la construcción conceptual aportando diversos significantes a través de diversas situaciones problemáticas y reflejando una concepción no lineal del aprendizaje, a la vez que se relaciona el conocimiento con la realidad que los niños conocen, también nos parece correcto.

Promover la comunicación de procesos y resultados, el análisis e interpretación de la información, el desarrollo de habilidades y del pensamiento abstracto, apoya la posibilidad, buscada por todos los educadores, de que los estudiantes adquieran los conceptos y métodos de las matemáticas como una herramienta útil en la vida.

Para que la propuesta actual de enseñanza de las matemáticas pueda ser llevada convenientemente a la práctica es necesario que los maestros interioricen el enfoque actual, que sepan vivencialmente cómo es el aprendizaje a través de problemas, que sepan manejar situaciones problemáticas para promover el desarrollo de habilidades, respetando los procesos de los alumnos, y que aprendan a detectar cuándo éstos han logrado un avance en la construcción de un conocimiento.

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA</b>	<b>3</b>
1.1. JUSTIFICACIÓN	3
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
1.3. OBJETIVOS DEL ESTUDIO	6
1.4. ALGUNAS LÍNEAS DE INDAGACIÓN	7
<b>CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS</b>	<b>9</b>
2.1. ANTECEDENTES	9
2.2. FUNDAMENTOS	11
2.2.1. Acerca del constructivismo	11
2.2.2. Acerca de los conceptos y términos relacionados	12
2.2.3. Acerca de los problemas y la resolución de problemas	16
2.2.4. Acerca del trabajo en el aula	18
2.2.5. Acerca de las habilidades	20
2.2.6. Acerca del lenguaje matemático en las matemáticas escolares	23
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA</b>	<b>26</b>
3.1. ALGUNAS CARACTERÍSTICAS DEL NIVEL DE EDUCACIÓN PRIMARIA	27
3.2. MATERIALES UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS	28
3.2.1. Descripción general	28
3.2.2. Modos de acercamiento	31
3.3. UNIDADES DE ANÁLISIS	32
3.4. VARIABLES CONSIDERADAS EN EL ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO Y FICHEROS DE ACTIVIDADES	34
3.4.1. Contenidos	35
3.4.2. Habilidades	39
3.4.3. Tema	42
3.4.4. Énfasis	44
3.4.5. Conceptualización	44
3.4.6. Léxico	46
3.4.7. Seguimientos y cruces entre variables	47
3.5. METODOLOGÍA DEL ANÁLISIS GLOBAL DE TODOS LOS MATERIALES	49

<b>CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS</b>	<b>53</b>
4.1. PROPÓSITOS	55
4.2. SEGUIMIENTO DE CONTENIDOS	66
4.2.1. Los números y sus relaciones	66
4.2.2. Operaciones	70
4.2.3. Observaciones generales sobre el eje números, sus relaciones y sus operaciones	74
4.2.4. Medición	78
4.2.5. Observaciones generales acerca del eje de medición	82
4.2.6. Geometría	83
4.2.7. Observaciones generales acerca del eje de geometría	86
4.2.8. Tratamiento estadístico de la información	89
4.2.9. Tratamiento de la información relacionado con la resolución de problemas	90
4.2.10. Observaciones generales acerca del eje de tratamiento de la información	92
4.2.11. Procesos de cambio	94
4.2.12. Observaciones generales sobre el eje de procesos de cambio	95
4.2.13. Azar y probabilidad	95
4.2.14. Observaciones generales sobre el eje de azar y probabilidad	96
4.3. ALGUNOS ASPECTOS IMPORTANTES DE LA PROPUESTA ACTUAL	98
4.3.1. Resolución de problemas	98
4.3.2. Uso de instrumentos	101
4.4. CONCEPTUALIZACIÓN	104
4.5. HABILIDADES	111
4.5.1. Cálculo	111
4.5.2. Coordinación motriz fina	112
4.5.3. Percepción	113
4.5.4. Previsión	115
4.5.5. Manejo de fórmulas	116
4.5.6. Estrategias	117
4.5.7. Operaciones mentales	118
4.5.8. Formulaciones	118
4.5.9. Observaciones generales	119
4.6. LÉXICO	121
4.6.1. Léxico asociado a los números	122
4.6.2. Léxico asociado a las operaciones	124
4.6.3. Léxico asociado a la medición	126
4.6.4. Léxico asociado a la geometría	128
4.6.5. Léxico asociado al tratamiento de la información	130
4.6.6. Léxico asociado a la proporcionalidad	131

4.6.7. Léxico asociado al azar	131
4.6.8. Léxico asociado a otros procesos matemáticos	131
4.6.9. Observaciones generales	133
4.7. ENFOQUE	135
4.7.1. Lineamientos generales	135
4.7.2. Material de trabajo para el niño	138
4.7.3. Descripción por ejes	140
4.8. CONGRUENCIA DEL PAQUETE DE MATERIALES	153
4.8.1. Congruencia dentro de cada grado	153
4.8.2. Congruencia entre grados	154
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES</b>	<b>157</b>
5.1. APRECIACIÓN GLOBAL	158
5.2. ALGUNOS PROBLEMAS DETECTADOS EN LOS MATERIALES	160
5.2.1. Tratamiento de contenidos	161
5.2.2. Paquete de materiales para el maestro	163
5.3. ALGUNAS OBSERVACIONES ACERCA DEL ACERVO DEL NIÑO QUE INICIA LA SECUNDARIA	164
5.4. CAMINOS QUE QUEDAN ABIERTOS	166
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>167</b>
<b>ANEXO 1: PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS DE LA ESCUELA PRIMARIA EMITIDOS POR LA SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA EN 1993</b>	<b>172</b>
<b>ANEXO 2: CLASIFICACIÓN DE LA VARIABLE CONTENIDOS</b>	<b>183</b>





# INTRODUCCIÓN

El estudio acerca de los propósitos y contenidos de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de educación primaria constituye una de tres partes de una investigación más amplia emprendida por la Sociedad Matemática Mexicana; las otras dos se abocan al estudio correspondiente en los niveles de secundaria y bachillerato.

Esta investigación puede tener utilidad en diversos campos. Puede:

- proporcionar una visión general acerca de la propuesta para la enseñanza de las matemáticas en la primaria mexicana;
- permitir que los profesores, formadores de docentes y en general las personas interesadas conozcan y aprovechen al máximo muchos aciertos de la actual propuesta, ya que en este documento se han recuperado elementos que aparecen dispersos en los diferentes materiales emitidos por la Secretaría de Educación Pública, o que no son explícitos en ellos;
- facilitar a los funcionarios de la Secretaría la tarea de revisión y adecuación de los materiales, ya que aquí se señalan algunos de sus aciertos y carencias;
- contribuir a la tarea de explicitación de la formación que deben tener los maestros de enseñanza primaria para trabajar óptimamente en el aula con estos materiales;
- finalmente, pero no por ello menos importante, sentar las bases para estudios de campo que den cuenta de las formas en que esta enseñanza ocurre en las aulas del país y de lo que los alumnos realmente aprenden.

El documento consta de cinco capítulos. En el primero se presenta el problema de investigación y se definen las principales líneas de indagación que se persiguen. En el segundo se plantean los antecedentes de la propuesta educativa que rige desde 1993 y los fundamentos que guiaron la construcción metodológica. El tercer capítulo expone la metodología utilizada, que fue en gran parte construida *ex profeso* para esta investigación. En el cuarto se presentan los resultados obtenidos, junto con el análisis respectivo.

vo. Finalmente, el quinto capítulo plantea las conclusiones a las que estos resultados permiten acceder. Acompañan al documento dos anexos.

Este trabajo ha sido realizado por cinco matemáticas con trayectoria en educación matemática, que laboran en la Universidad Pedagógica Nacional. El equipo comenzó a participar en el proyecto de la Sociedad Matemática Mexicana desde su definición, en el mes de junio de 1996. Desde ese momento hasta noviembre de 1997, participó en el proyecto Arturo Villarreal Luna, a quien le agradecemos sus aportaciones, siempre claras y valiosas, para la construcción de la metodología. Mariana Sáiz Roldán se incorporó a partir de mayo de 1997.

México, D.F., abril de 1999

# CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

En este primer capítulo se muestra un panorama general del problema que se pretende abordar en esta investigación. La primera sección expone un marco global de las circunstancias que le dan pie. En la segunda sección el problema se plantea en términos generales, y en la tercera se enuncian los objetivos del estudio. Finalmente, se intenta un primer desglose de los términos generales en que se planteó el problema inicialmente, lo que abre el camino para la presentación de fundamentos en el capítulo 2.

## 1.1 JUSTIFICACIÓN

La problemática generada alrededor de la educación matemática ha sido motivo de preocupación para los diversos actores que participan tanto a nivel de decisiones sobre el curriculum escolar, como de aquellos que intentan explicar desde distintos ámbitos la complejidad inherente a ese fenómeno.

Tradicionalmente se ha considerado a los contenidos matemáticos como objeto de estudio indispensable en el ámbito de la educación básica, aunque a lo largo de la historia se haya modificado no solamente *qué* matemáticas se enseñan, sino también *para qué* y *cómo* se enseñan. Así, la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ha ido adquiriendo en distintos momentos significados distintos, que han llevado a planteamientos diversos.

A la par de esta apreciación sobre la necesidad de ciertos conocimientos matemáticos por parte de todo aquel que haya pasado por una etapa de formación escolarizada, surgen una serie de inquietudes. Los bajos rendimientos en el manejo de contenidos matemáticos que manifiestan muchos estudiantes de los niveles medio superior y superior, los altos índices de reprobación en la materia en los niveles medios, la dificultad de muchos estudiantes para aprehender los contenidos matemáticos, la idea generalizada entre muchos docentes de cada nivel educativo de que las fallas en la formación matemática de los estudiantes se pueden atribuir a los niveles previos, y, en lo global, la im-

presión de un muy bajo nivel de cultura matemática en la población, llevan a la necesidad de establecer un diagnóstico que, si bien no aporte directamente la solución a estos problemas, permita comprenderlos mejor.

A seis años de la última reforma en los planes y programas de estudio para los niveles básicos, un diagnóstico acerca de las matemáticas incluidas en los programas actuales desde el nivel básico hasta el medio superior en México puede coadyuvar a una mejor comprensión de la problemática de la educación matemática en nuestro país. El primer acercamiento de este diagnóstico debe necesariamente abordar *qué* matemáticas se están enseñando actualmente, *para qué* se están enseñando y también *cómo* es esta enseñanza. En otros términos, debe abordar los *contenidos*, los *propósitos* y también, así sea a grandes rasgos, el *enfoque* de esta enseñanza.

Un diagnóstico así es, justamente, el que ha emprendido la Sociedad Matemática Mexicana y del que este documento forma parte. Dado que se deseaba conocer el estado de la enseñanza de las matemáticas en cada nivel educativo y la secuencia entre ellos, la metodología general elegida para el diagnóstico implicó un análisis a profundidad de cada nivel por separado con miras a un ulterior estudio acerca de la articulación entre niveles.

En este documento se presenta la parte del diagnóstico que se refiere a los seis grados de la educación primaria en México. Sus resultados tendrán aplicación en dos vertientes. Por un lado, permitirán establecer la articulación con los resultados obtenidos por el equipo que se ha abocado al análisis de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de secundaria. Por otro lado, el diagnóstico acerca de la primaria será, en sí, de beneficio para el Sistema Educativo Nacional, en particular para aquellos que realicen estudios de cualquier índole sobre la enseñanza de las matemáticas (o áreas afines), y para quienes deben tomar decisiones acerca de planes, programas, elaboración de materiales y formación de docentes para el nivel considerado.

## 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un diagnóstico global del estado actual de la enseñanza de las matemáticas debería necesariamente incluir al menos estos cuatro aspectos:

- Qué matemáticas, para qué y cómo *se deben enseñar* en cada uno de los niveles abordados. En el caso de la primaria esto implica conocer cuáles contenidos y propósitos, y con qué enfoque, son pertinentes para quienes sólo llegan a la terminación de la primaria y también para quienes proseguirán sus estudios.
- Qué matemáticas, para qué y cómo *se supone que se enseñan* en cada nivel. En el caso de la primaria, esto implica conocer qué contenidos, propósitos y enfoques se enuncian en los programas educativos y otros materiales emitidos por la Secretaría de Educación Pública, en particular en el libro de texto gratuito.
- Qué matemáticas, para qué y cómo *realmente se enseñan* en cada nivel. En el caso de la primaria, esto implica conocer cuáles son los contenidos que se abordan en las aulas de nuestro país, con qué propósitos se abordan, y qué enfoques y metodologías realmente utilizan los docentes.
- Qué matemáticas, para qué y cómo *realmente se aprenden* en cada nivel. En el caso de la primaria, esto implica conocer qué conocimientos matemáticos perduran en los sujetos, tanto a nivel de conocimiento teórico como a nivel de la aplicación, cuáles propósitos y objetivos de enseñanza realmente se logran, y de qué manera fue el proceso de aprendizaje que llevó a estos logros.

Estos cuatro aspectos están íntimamente ligados entre sí. No se puede, por ejemplo, valorar la pertinencia de lo que se enseña, ya sea lo planteado en documentos que indican lo que se supone que se enseña o lo que realmente ocurre en las aulas, sin tener como marco de referencia un deber ser. Tampoco se puede valorar la pertinencia de lo que realmente se enseña sin tener como marco de referencia lo que supuestamente se enseña, ni valorar lo que realmente se aprende sin conocer lo que se enseña. Según esta visión, habría entonces que empezar por establecer el deber ser. Sin embargo, este deber sólo se puede abordar a partir de una serie de supuestos básicos, de índole

filosófica, sociológica, psicológica, pedagógica y matemática, y requeriría por ende de la participación de profesionales de estas áreas.

En este estudio se abordará el segundo aspecto mencionado. Es decir, se pretende establecer un diagnóstico acerca de

***qué matemáticas, para qué y cómo se supone  
que se enseñan en el nivel de primaria en México.***

En un principio, se partió de la consideración de que el deber ser (primero de los cuatro puntos mencionados) es el que se enuncia en los programas educativos del nivel. Esto plantea el problema de que los programas cumplen entonces un doble papel: el de indicar lo que se debe enseñar y el de plantear lo que supuestamente se enseña, creando así un círculo que parecería imposibilitar el análisis, dentro del marco de lo que debe ocurrir, de la pertinencia de lo que supuestamente ocurre. No es así, sin embargo, por varias razones. Por un lado, los programas no son el único material que establece lo que se supone que se enseña; otros documentos, y muy en particular los libros de texto gratuitos, contribuyen a ello. Por otro lado, la valoración de la pertinencia de los programas se basa también en un deber ser externo a ellos, que es la necesidad de que tengan una coherencia interna. Por estas razones, el diagnóstico que aquí se presenta puede valorar los contenidos, los propósitos y el enfoque que supuestamente tiene la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria, incluyendo en esta valoración a los propios programas educativos del nivel.

Para facilitar la consulta a los programas durante la lectura de este documento, se han incluido como Anexo 1.

### **1.3 OBJETIVOS DEL ESTUDIO**

Esta investigación se plantea los siguientes objetivos:

- Generar información acerca del acervo de conocimientos y habilidades matemáticos con que se supone que cuenta un alumno que termina la primaria, y acerca del proceso de adquisición de esos contenidos y habilidades.

- Hacer explícitos los propósitos y contenidos de la enseñanza de las matemáticas que subyacen en los planes y programas de estudio y en los materiales de uso generalizado en la educación primaria, así como su secuencia, coherencia, visión de la disciplina que sustentan y enfoque de enseñanza que proponen.
- Generar información que permita hacer estudios de campo para conocer qué matemáticas y con qué propósitos y enfoques realmente se enseñan y aprenden en México.
- Generar información y opiniones que posibiliten determinar vías factibles para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en México en la primaria general.
- Aportar elementos de opinión, en colaboración con los otros grupos de trabajo convocados y coordinados por la Sociedad Matemática Mexicana, sobre la formación matemática que debe ofrecer la educación básica y media en México, desde el punto de vista de los involucrados en el estudio.
- Generar información que permita hacer explícita la formación que requeriría un profesor de primaria para aplicar los planes y programas vigentes.

#### **1.4 ALGUNAS LÍNEAS DE INDAGACIÓN**

En esta sección intentaremos abrir un abanico de interrogantes que corresponden a una visión más detallada del planteamiento del problema que se hizo arriba.

De acuerdo con la actual propuesta educativa, se espera que el niño que sale de la escuela primaria haya adquirido un bagaje matemático que se expresa de muy diversas maneras: que conozca algunos objetos matemáticos y sepa trabajar con ellos, que pueda resolver problemas y en algunos casos inventarlos también, que haya incorporado una serie de contenidos y desarrollado una serie de habilidades.

Cuando nos preguntamos *qué* matemáticas (se supone que) se enseñan en el nivel de educación primaria nos estamos refiriendo a varios aspectos de este bagaje. El primero de ellos consiste, ciertamente, en los contenidos de índole matemática que se abordan

en el nivel, que pueden ser vistos desde como temas generales hasta con detalles que analicen las nociones o los subtemas específicos tratados en determinado momento. Otro aspecto consiste en las habilidades relacionadas con el quehacer matemático, aquello que le permite al sujeto emprender la solución de problemas de tipo matemático. Otra parte fundamental de este bagaje es la adquisición de un amplio vocabulario relacionado con el quehacer matemático, que, en principio, le permitirá comprender los problemas y planteamientos matemáticos que se le presenten tanto en la vida cotidiana como en la escuela secundaria, y que le permitirá también comunicar sus planteamientos y resoluciones cuando así lo requiera. Para tener una idea completa de lo que se pretende que ocurra en la enseñanza de las matemáticas en el transcurso de la escuela primaria es pues indispensable abordar, así sea someramente, el vocabulario o léxico que en ella se presenta.

Cuando nos preguntamos *para qué* (se supone que) se enseñan esas matemáticas en la primaria nos estamos refiriendo a los propósitos que persigue esta enseñanza, que pueden referirse a su vez a aspectos tan generales como la inserción del individuo en la sociedad o tan específicos como las metas a cubrir en la enseñanza de determinado tema matemático, cubriendo todo el espectro de posibilidades entre esos extremos. Un punto relacionado con ello es el énfasis que se le otorga en la enseñanza a ciertas modalidades del quehacer matemático, como la formalización o la resolución de problemas.

Cuando nos preguntamos *cómo* (se supone que) se enseñan esas matemáticas en la primaria nos estamos refiriendo al enfoque de enseñanza, que a su vez cubre desde la filosofía de origen psicopedagógico que lo guía hasta los modos en que los conceptos y los contenidos matemáticos son adquiridos por el alumno. Ésta es una línea muy amplia de investigación, y en este diagnóstico sólo se abordan sus aspectos más generales.



## CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS

En este capítulo se exponen algunos elementos que explican el origen de la propuesta educativa actual para la educación primaria, particularmente en lo que corresponde a las matemáticas. Además, se presentan algunos fundamentos teóricos que han influido en el campo de la investigación en matemática educativa. La presentación se ha dividido en secciones que corresponden a aspectos distintos que aparecen, de manera explícita o implícita, en el planteamiento de la propuesta educativa vigente para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria. Lo que se pretende es ofrecer un panorama de resultados relacionados con el enfoque y los contenidos de esta propuesta y con el trabajo en el aula. Para esto, se han incluido algunos ejemplos y definiciones usados por investigadores de la matemática educativa de diferentes partes del mundo.

### 2.1. ANTECEDENTES

En México, una de las preocupaciones fundamentales en cada período de gobierno ha sido la educación, lo que puede verse reflejado en los distintos planes y programas que surgen de sexenio a sexenio. Por ejemplo, el Programa Nacional de Educación, Cultura, Recreación y Deporte: 1984-1988 y el Programa para la Modernización Educativa 1989-1994, por citar dos de los más recientes.

Precisamente, la propuesta educativa vigente surge de este último programa, el cual consideraba en su planteamiento un conjunto de retos identificados a través de una consulta nacional. En su presentación se afirma que el punto de partida ha sido “un diagnóstico veraz; crítico, a veces crudo y siempre realista” (Poder Ejecutivo Federal, 1989, p. v). Aunque el documento contemplaba todos los niveles de educación –desde primaria a profesional– así como la formación de profesores, la educación de adultos y otros aspectos del sistema educativo mexicano, destacaba la educación primaria como “el centro prioritario de atención del nuevo modelo educativo” (*Ibid.*, p. vi).

En el programa se planteaba, entre otras, la tarea de revisar los contenidos que ofrecía el sistema educativo hasta ese momento. Ésta y otras acciones encaminadas a la realización de sus objetivos se iniciaron de inmediato con la participación de maestros, de especialistas en educación y de especialistas en las diferentes áreas curriculares.

La revisión y el análisis de los contenidos de los programas de estudio dieron lugar a algunas reformas de los planes y programas correspondientes a la primaria y a la secundaria, éstas se llevaron a cabo durante el año escolar 92-93 a través de los programas llamados 'emergentes'. Además, se prepararon y se distribuyeron una serie de materiales dirigidos a los maestros con la intención de fortalecer su trabajo y se impartieron algunos cursos de capacitación en diferentes estados de la República (Latapí, 1996).

En el caso de las matemáticas

“se planteó una primera etapa de transición que se inició con un diagnóstico de la estructura y la organización de los contenidos de la escuela primaria, llevando a cabo un análisis de los cambios curriculares sufridos por el programa de estudios en los últimos veinticinco años y sus repercusiones tanto en los libros de texto gratuitos, como en las expectativas del sistema educativo nacional” (Moreno, 1994, p.225).

El diagnóstico y el análisis se fundamentaron en los resultados más recientes de la investigación en matemática educativa. Las conclusiones se derivaron de considerar tanto los contenidos como el desarrollo de habilidades. Como resultado de estos trabajos se identificaron tres aspectos que deberían fortalecerse en la propuesta bajo estudio: la naturaleza del número y el estudio de la aritmética, la intuición geométrica y la resolución de problemas (*Ibid.* p.225).

Otra tarea de la etapa de transición fue la de subsanar las debilidades encontradas en la fase de diagnóstico y análisis al mismo tiempo que se construía la nueva propuesta curricular. Para ello se elaboraron guías para los maestros, las cuales pretendían apoyar su trabajo –con los mismos libros de texto que sus alumnos venían utilizando– pero

guiándolos hacia un nuevo enfoque que consideraba reforzar los aspectos mencionados. (Figueras et al, p.13)

## **2.2. FUNDAMENTOS**

Los nuevos planes y programas surgen tanto del análisis previo a la etapa de transición como de las experiencias y resultados obtenidos durante la misma. En los próximos apartados se expone una reseña de algunos de los referentes teóricos que aparecen en la propuesta educativa para la educación primaria, la cual es el objeto de estudio del trabajo que se reseña en este documento.

### **2.2.1. Acerca del constructivismo**

En este apartado se habla de la corriente pedagógica subyacente en la nueva propuesta y de sus fundamentos psicológicos. Aunque en la presentación del currículum vigente no se hace mención explícita al constructivismo, existen muchos indicios de que se trata de uno de sus fundamentos teóricos básicos. Además, si la actual propuesta se basa en resultados de la investigación educativa, difícilmente podría escapar de la influencia del constructivismo, ya que ésta es la teoría más compartida hoy acerca del aprendizaje en general y del aprendizaje escolar en particular. El constructivismo como teoría pedagógica se nutre en gran parte de resultados de la psicología, particularmente de la epistemología genética y de las ideas relacionadas con el aprendizaje significativo.

El principal representante de la epistemología genética es Piaget, quien considera el aprendizaje como un proceso evolutivo que se logra mediante el equilibramiento, que para él es una herramienta mental para coordinar la maduración, la experiencia física y la experiencia social del individuo. Este proceso actúa en el niño cuando su experiencia pone en entredicho sus esquemas mentales previos; en ese instante el niño requiere de crear otro nuevo esquema integrando datos nuevos al conocimiento anterior (asimilación) y alterando sus categorías básicas de pensamiento o acciones (adaptación). Piaget considera fundamental en este proceso a la acción, considerándola no sólo como

acción física sino también como acción interiorizada o mental (véase por ejemplo Piaget, 1991).

Otra de las ideas emanadas de la investigación en psicología que influyen en el constructivismo es la del aprendizaje significativo de Ausubel. Este autor opuso el término aprendizaje significativo al de aprendizaje repetitivo y destacó un vínculo entre el nuevo material de aprendizaje del alumno y sus conocimientos previos (Ausubel, 1983).

A partir de éstas y otras ideas de Piaget, Ausubel y de otras teorías del aprendizaje, algunos investigadores interesados en la educación desarrollaron una teoría educativa conocida como constructivismo. El nombre lo recibe porque una de sus tesis fundamentales es que el conocimiento no puede ser enseñado sino construido por el sujeto a través de los procesos señalados por Piaget.

Para finalizar este apartado, resulta interesante mencionar el papel que juega la enseñanza dentro de esta corriente. El constructivismo concibe el aprendizaje como una actividad cognitiva individual que involucra la reorganización interna de un esquema mental y a la enseñanza como un apoyo a este proceso (Teppo, 1998).

### **2.2.2. Acerca de los conceptos y términos relacionados**

En este apartado se hará referencia a los *conocimientos* que deben ser construidos por los sujetos en relación con el aprendizaje de las matemáticas. La idea de caracterizar las concepciones, las nociones, los conceptos, etc., ha interesado a muchos investigadores de la educación, en particular a aquellos que se dedican a la matemática educativa. Numerosos autores han enfocado su atención en este campo y han aportado definiciones, usando términos iguales o parecidos pero asociándoles significados distintos, aunque en ocasiones es difícil distinguir sus diferencias y delimitar sus fronteras.

Por ejemplo, se tiene el término *imagen mental* de Vinner (Gutiérrez, 1996) quien la define como “el conjunto de todas las imágenes asociadas al concepto en la mente de la

persona". Para Vinner, el vocablo *imágenes* incluye a los símbolos, gráficas y tablas de valores entre otros.

En esta misma dirección aparece el trabajo del matemático y educador holandés Freudenthal (1983) quien, aunque no los define explícitamente, afirma que "los *conceptos matemáticos* han sido inventados como herramientas para organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental" (*Ibid.* p. ix). En este enunciado, por fenómenos se refiere a los objetos del mundo, sus propiedades, las acciones que hacemos sobre ellos y las propiedades de estas acciones pero vistos –estos fenómenos, relaciones, acciones y propiedades–, como aquello que los medios de organización quieren organizar y considerándolos en relación con los medios de organización. Por otro lado, Freudenthal introduce el término *objeto mental* para referirse a aquello que está en la mente de las personas cuando trabajan con alguna estructura matemática.

"Los conceptos son la espina dorsal de nuestras estructuras cognitivas. Pero en asuntos de la vida diaria, los conceptos no son considerados como materia de enseñanza. Aunque los niños aprenden lo que es una silla, lo que es la comida, lo que es la salud, no se les enseñan los conceptos de silla, de comida y de salud. Las matemáticas no son diferentes. Los niños aprenden qué es un número, qué son los círculos, qué es sumar, qué es trazar una gráfica. Ellos los entienden como objetos mentales y los llevan a cabo como actividades mentales. Es un hecho que los conceptos de número y de círculo, de sumar y de graficar son susceptibles de mayor precisión y claridad que los de silla, comida y salud. ¿Será ésta la razón por la que los protagonistas de la adquisición de conceptos prefieren enseñar el concepto de número en lugar del número, y en general conceptos en lugar de objetos y actividades mentales?" (Freudenthal, 1983, p. 8).

Para comprender las ideas de Freudenthal se puede recurrir a la interpretación de Puig (1997) a partir de un ejemplo. El volumen puede interpretarse y utilizarse de muchas maneras y en muchos contextos: como espacio requerido por un sólido, como espacio libre dentro de una superficie, como una capacidad, como un número de unidades cúbicas, como un espacio desplazado por un sólido al sumergirse en agua, como un núme-

ro, como el resultado de una integral y de algunas otras formas. Las reglas de uso del volumen para cada una de las circunstancias mencionadas son distintas. A la totalidad de estos usos, en todos los contextos es a lo que Puig llama *campo semántico* del volumen, el *significado enciclopédico* de volumen. Sin embargo ...

“[...] el sujeto que lee un texto o ha de interpretar un mensaje no opera en el conjunto de la enciclopedia –es decir, la totalidad de los usos producidos en una cultura o episteme– sino en un campo semántico personal, que ha ido elaborando produciendo sentido –sentidos que se convierten en significados si la interpretación es afortunada– en situaciones o contextos que le exigían nuevos usos [del concepto matemático en cuestión]” (Puig, 1997, p.9).

El investigador español concluye que su noción de *campo semántico* (total, general) se relaciona con el término *concepto* de Freudenthal, mientras que lo que él denomina *campo semántico personal* correspondería al término *objeto mental* del investigador holandés.

En el trabajo de Freudenthal su postura respecto a lo que debiera ser la finalidad de la enseñanza de las matemáticas es quizás, más interesante que sus definiciones. Él considera que ésta debe ser la constitución de *objetos mentales*, antes que la construcción de *conceptos*. Le parece que constituir *objetos mentales* es más efectivo, aún cuando no le siga una construcción de *conceptos*.

Esta postura es expresada por Puig en sus propios términos, cuando afirma que la finalidad de la enseñanza de las matemáticas es enriquecer el *campo semántico personal* de los alumnos para volverlos cada vez más competentes ante problemas o tareas relacionadas con algún concepto determinado.

Para concluir este apartado se incluyen aportaciones de la escuela francesa de didáctica de las matemáticas, la cual ha tenido una influencia considerable en el desarrollo de esta disciplina a nivel mundial y particularmente en México.

En primer lugar se puede mencionar el trabajo de Chevallard, quien introduce la idea de *transposición didáctica* en relación al saber. Él parte de que existen diferentes tipos de saberes, por ejemplo: el saber del sabio (especialista), el saber del maestro, el saber de los programas, el saber que se convierte en objeto de enseñanza –tal como aparece en libros y como es propuesto por el profesor– y el saber del alumno. “El proceso por el cual un elemento del saber del sabio se convierte en un conocimiento a enseñar y después en un objeto de enseñanza” (Peltier, 1993) es lo que Chevallard denomina *transposición didáctica*.

Por otro lado, dentro de la escuela francesa se puede considerar la teoría de los *campos conceptuales*.

“Gerard Vergnaud introdujo la noción de campo conceptual: espacio de problemas en el que el tratamiento implica conceptos o procedimientos de diferentes tipos, en estrecha conexión.

Por ejemplo no parece oportuno separar la adquisición de la sustracción, ni aun construir *a priori* la sustracción como opuesta a la adición. [...] es necesario estudiar globalmente las distintas clases de problemas aditivos, y tener en cuenta los factores semánticos subyacentes y el impacto de las formulaciones” (Peltier, p. 6).

Otra investigadora francesa, Douady (1986), destaca la dialéctica *instrumento-objeto* de los *conceptos matemáticos*, con esto se refiere a que los conceptos son un instrumento cuando se considera su funcionamiento en la resolución de problemas y objetos cuando se les contempla como objetos culturales que tienen su sitio en el saber matemático.

Muchos autores consideran a los *conceptos matemáticos* por un lado y a las *concepciones* de los alumnos por el otro. Artigue (1990) distingue componentes en cada uno de estos dos términos. Para el *concepto matemático* menciona su definición matemática o el significado que le otorga la comunidad matemática en ese momento, los significantes dados al *concepto*, los problemas que resuelve o que le dan sentido y los teoremas y algoritmos relacionados.

Respecto a las *concepciones* de los sujetos, considera entre otras componentes: las *situaciones-problema* que le dan sentido a la *concepción* del sujeto, el conjunto de significantes que es capaz de asociarle y los instrumentos como los teoremas y los algoritmos que dispone para manipularlos.

### **2.2.3. Acerca de los problemas y la resolución de problemas**

En los últimos párrafos se ha hecho referencia a la resolución de problemas y a las *situaciones-problema*. Sobre estos términos y otros semejantes se comentará en este apartado.

Como ya se había mencionado al inicio del capítulo, los materiales editados en 1992 por la SEP mencionaban tres aspectos fundamentales a ser atendidos en la nueva propuesta, uno de ellos era la resolución de problemas. En los planes y programas actuales se señala dicho enfoque como motor del aprendizaje matemático.

La consideración acerca de la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas no es privativa de nuestro país, Puig señala:

“La resolución de problemas de matemáticas ha llegado a ser caracterizada como el corazón de éstas [...], y es harto conocido el énfasis que se pone en la resolución de problemas en los sistemas escolares en gran parte de las reformas curriculares que desde hace una década se están desprendiendo en todo el mundo” (Puig, 1996, p.11).

Aunque muchos investigadores han tratado de caracterizar lo que es un problema y lo que es la resolución de problemas, las definiciones que existen dependen de diferentes criterios; además se han realizado desde perspectivas muy diferentes como son entre otras: la de la psicología, la de la inteligencia artificial y la de la educación matemática.

Una definición desde la perspectiva psicológica, que se aplica en un ámbito más general que el de las matemáticas, es citada por Puig (1996): un problema es cualquier tarea conceptual o perceptiva, tal que el sujeto es capaz de entender su naturaleza, pero



desconoce un medio directo de realizarla y por lo que experimenta perplejidad ante la situación pero no confusión.

En general, las definiciones de problema desde la psicología lo plantean, con distintos matices, en términos de un estado inicial, un estado final al que se quiere llegar y la falta de una manera obvia y directa para realizar el cambio.

Desde la perspectiva de la educación matemática se encuentran también diferentes definiciones, por ejemplo Kartowski realiza la diferencia entre ejercicio y problema: “Un problema es una situación que se diferencia de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que conduzca con certeza a una solución” (citado por Puig, 1996, p.26).

Por otro lado Schoenfeld subraya la relatividad de un problema en relación al individuo. Menciona que “ser un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática” (citado por Puig, 1996, p. 31). También menciona la diferencia entre problema y ejercicio, dice que si se cuenta con un esquema de solución para una tarea matemática, entonces se trata de un ejercicio.

Puig (1996) determina lo que él va a entender por problema y delimita cuatro categorías, a saber:

- 1) Ejercicios de reconocimiento, que son aquellos en los que el resolutor sólo requiere de buscar en la memoria el resultado;
- 2) ejercicios algorítmicos en los que el resolutor ha de ejecutar un algoritmo como un autómata;
- 3) problemas de aplicación en los que el resolutor conoce un procedimiento de resolución pero ha de justificar que éste es adecuado o siempre que la ejecución de la resolución deba acompañar cada paso de una argumentación;
- 4) problemas de búsqueda cuando el sujeto ha de crear un procedimiento de solución.

Otros términos relacionados con el de problema y resolución de problemas es el de situación problemática utilizado que se usa para referirse a “aquéllas en cuyo enunciado no se ha precisado qué es lo que hay que hacer y ésa es la primera tarea del resolutor” (Puig, 1996, p.33) y el de situación-problema, usado por Artigue en su definición acerca de las concepciones de los alumnos. Este término acuñado en la escuela francesa se distingue de un problema por una cierta indeterminación de la pregunta planteada y de los objetivos de enseñanza además, por la existencia de muchas soluciones y decisiones que serán objeto de una negociación en el momento del acto de enseñanza. (Briand, 1991).

La *situación-problema* no determina una situación didáctica en el sentido de que no se establece para hacer que los alumnos se apropien o tiendan a la apropiación de un *saber*, sin embargo aquellos que la usan la considera un medio de enseñanza (Ibid.). Peltier (1993) afirma que dentro de la clasificación de las estrategias de aprendizaje aparece el llamado modelo *aproximativo* que considera al problema como un medio de aprendizaje. Desde esta perspectiva se trata de que el maestro construya una situación global de aprendizaje de acuerdo a diferentes esquemas. Dentro de estos esquemas aparece la noción de *situación-problema* como “la situación didáctica fundamental que pone en juego los conocimientos como instrumento implícito” (Ibid. p. 9). Ahora bien, para tener una buena *situación didáctica* la actividad propuesta debe ser un “verdadero problema para los alumnos” (Ibid.p. 9), es decir debe permitir a los alumnos utilizar conocimientos anteriores pero debe ofrecerle un reto que le permita desarrollar su conocimientos, elaborar nuevos conocimientos y debe ser de tal naturaleza que permita al alumno validar por sí mismo la solución, por ejemplo a través de la confrontación de las respuestas de sus compañeros.

#### **2.2.4. Acerca del trabajo en el aula**

Entre las herramientas para preparar situaciones didácticas se encuentran las que son resultado de investigaciones que conforman lo que se conoce como ingeniería didáctica, “una forma de trabajo didáctico” (Briand *et al*, 1991). Sobre algunas de estos instru-

mentos y los que surgen de otras teorías interesadas en las actividades en el aula trata este apartado.

Uno más de los aspectos considerados en la propuesta curricular de 1993 es el que se refiere al trabajo en el aula. El considerar la resolución de problemas señala ya un camino por el cual avanzar. Pero cómo diseñar actividades para la clase que respondan a este enfoque requiere de algo más que saber lo que es un problema o una situación didáctica.

De acuerdo a la ingeniería didáctica una situación de aprendizaje debe estar estructurada de modo que recorra varias etapas: la de *acción* individual o grupal donde el alumno juega, actúa y formula hipótesis y las prueba. Una fase de *formulación*, donde se exponen y confrontan las ideas, soluciones y problemas surgidos en la etapa anterior (quizás con un regreso al trabajo individual cambiando las condiciones iniciales) y una fase de *institucionalización* donde “se otorga un estatuto cultural o social a las producciones de los alumnos: *actividades, lenguaje y conocimientos*” (Briand et al, 1991, p. 143)”.

Para Brousseau (1987), durante la fase de institucionalización los maestros deben tomar aquello que los alumnos han hecho y describir lo que ha pasado que tenga relación con el saber cultural o científico, hacer una lectura de los eventos de la clase y darles un *status*.

Otra teoría de enseñanza de las matemáticas que considera aspectos que deben tomarse en consideración al preparar una clase o un programa de estudios es la educación matemática realista (*realistic mathematics education*). Este concepto, acuñado en la escuela de matemática educativa holandesa, ha sido definido por Streefland (1990) quien argumenta que este tipo de enseñanza debe considerar los siguientes puntos:

1. Estimular la constitución de conocimientos por medio de situaciones concretas, donde por *situaciones concretas* no se refiere al uso de material concreto sino al uso de

contextos adecuados. Se trata de que la realidad sirva “como fuente de conceptos, ideas, operaciones y estructuras y a la vez como dominio donde aplicarlos” (*Ibid.* p. 3).

2. Proponer a los niños tareas que les permitan ir alcanzando niveles de abstracción cada vez mayores a través del desarrollo de herramientas matemáticas para pasar de lo concreto a lo abstracto (*Ibid.* p. 4).
3. Estimular a los niños para que busquen sus propios procedimientos y reflexionen sobre sus estrategias y errores.
4. Considerar el aprendizaje como una actividad social, no individual, por lo que se debe estimular el aprendizaje por interacción haciendo que los niños compartan, discutan y analicen sus distintas estrategias. (*Ibid.* p. 6)
5. Contemplar el entretrejimiento de las hebras del aprendizaje

“ [...] con el fin de lograr estructurar el material matemático. El principio determinante de la instrucción se refiere al entretrejimiento de hebras. [...] Mediante nuestro enfoque, los procedimientos informales [por ejemplo] para sumar y restar, tales como el conteo hacia adelante y hacia atrás, en el que intervienen el cálculo y la estimación mentales, y finalmente el desarrollo de un algoritmo, se hallarán fuertemente interconectados y entretrejidos” (*Ibid.* p.6).

### **2.2.5. Acerca de las habilidades**

En los párrafos anteriores se ha hecho referencia a términos tales como desarrollo de herramientas matemáticas, anticipación de fórmulas e hipótesis y algunos otros que remiten al desarrollo de habilidades. Sobre este último aspecto, considerado fundamental en la propuesta educativa vigente para la educación primaria, se comenta en este apartado.

Quizás el trabajo más importante sobre el desarrollo de habilidades matemáticas sea el de Kruteskii (1976) que consiste en un estudio sobre las diferencias en el desarrollo de

habilidades de acuerdo a la edad de los niños. Las habilidades sobre las que indaga este autor son:

1. *La formalización del material matemático*, que se refiere a la capacidad de entender el problema, relacionar los datos y aislar aquello necesario para la solución, distinguir la información irrelevante y los datos faltantes. Sobre esta habilidad Kruteskii asegura que aparece –aunque en forma embrionaria– a partir de segundo o tercer grado de primaria.
2. *La generalización del material matemático*, que es la habilidad para distinguir lo que tienen en común diferentes problemas y ejemplos y, correspondientemente, reconocer lo que es diferente en lo común. Para el autor, en ocasiones puede encontrarse en niños desde el primer grado de primaria. También se refiere al uso del pensamiento lógico tanto en aspectos cuantitativos, en relaciones espaciales y en el uso de símbolos numéricos y alfabéticos.
3. *La reducción (curtailment) del pensamiento*, que es la tendencia a pensar en estructuras abreviadas o saltarse pasos durante la actividad matemática. Esta es una habilidad que aparece en los primeros años sólo en forma muy elemental, es más bien propia del sexto año de primaria o de la secundaria.
4. *La flexibilidad de los procesos mentales*, que es la tendencia a buscar diferentes caminos para resolver un mismo problema y a saltar de una corriente de pensamiento a la otra. Para el autor, puede aparecer en forma rudimentaria en los primeros años, la usan niños “matemáticamente dotados” de tercero y cuarto, pero no los niños “poco dotados” de los últimos grados.
5. *La economía del esfuerzo mental y la racionalidad de las soluciones*, que es la tendencia a evaluar varios métodos posibles y elegir el más claro, el más simple o el más económico y aquél de solución más racional. Kruteskii no encontró esta habilidad en la primaria.
6. *La memoria matemática*, que se refiere a la capacidad de retener más las estructuras y relaciones que los datos. Tampoco esta capacidad la encontró Kruteskii en alumnos de primaria.

Kruteskii aclara que su estudio de habilidades matemáticas concierne sólo a habilidades matemáticas en niños que van a la escuela y no pretende que se generalice a otras situaciones.

A pesar de que el desarrollo de habilidades es considerado fundamental en la propuesta educativa vigente para la educación primaria, durante la revisión documental efectuada para el análisis no se encontró ninguna caracterización de las habilidades que se pretenden desarrollar. Nuevamente, al buscar en los materiales de la etapa de transición, se encuentra que en el plan emergente se consideran las siguientes habilidades (Moreno, 1994):

1. Resolución de problemas, que se refiere “a la construcción de estrategias para la resolución de problemas en las que se utilizan diversos recursos como el conteo, el cálculo mental, la estimación y las analogías entre otros” (*Ibid.* p. 233).
2. Clasificación, que “se inicia a partir de una diferenciación de los objetos según posean o no una cualidad determinada [...]. Este proceso va evolucionando de una forma gradual para llegar a otros más elaborados, por ejemplo, la taxonomía utilizada en ramas como la biología y la educación” (*Ibid.*233).
3. Flexibilidad del pensamiento, que se refiere a la capacidad de observar que hay varios procedimientos para resolver un problema.
4. Estimación, que se refiere a la habilidad de anticipar resultados de una operación o medición.
5. Reversibilidad del pensamiento, que “consiste en que los alumnos puedan no sólo resolver problemas sino, también, seguir una secuencia en orden progresivo y regresivo al reconstruir procesos mentales en forma directa o inversa” (*Ibid.* p. 234).
6. Generalización, que es la habilidad que permitirá al niño extender relaciones matemáticas o estrategias de resolución de problemas.
7. Imaginación espacial, “que implica que los alumnos desarrollen procesos que les permiten ubicar objetos en el plano y en el espacio; interpretar figuras tridimensiona-

les en diseños bidimensionales; imaginar los efectos que se producen en las formas geométricas al someterlas a transformaciones; estimar longitudes, áreas y volúmenes” (*Ibid.* p.235).

Sin embargo, no es claro cuáles de estas habilidades son las que se consideraron en los nuevos planes y programas. Sobre qué habilidades se pretenden desarrollar en la escuela primaria, mediante la propuesta educativa vigente, la referencia más cercana es la obtenida de la conferencia que Balbuena presentó en el Coloquio sobre las Matemáticas: Investigación y Enseñanza en diciembre de 1998 en Cocoyoc, Morelos. De acuerdo a su exposición, las habilidades contempladas en la propuesta de la SEP para la educación primaria de 1993 son:

1. Estimar resultados
2. Medir o establecer relaciones para comparar
3. Imaginar
4. Operar (descubrir relaciones entre números u operaciones)
5. Comunicar e interpretar
6. Inferir
7. Generalizar (patrones numéricos y geométricos)
8. Deducir (sólo aparece en secundaria)

#### **2.2.6. Acerca del lenguaje matemático en las matemáticas escolares**

Kruteskii menciona el uso de símbolos numéricos y alfabéticos al describir alguna de las habilidades que él estudió, por otro lado, en la lista anterior aparece la habilidad de comunicar e interpretar. Anteriormente, habíamos citado referencias a los campos semánticos por parte de Vergnaud y Puig. Se mencionó también que en el glosario de Briand (1991), al referirse a la *institucionalización* se consideran entre las producciones de los alumnos: las *actividades*, los *conocimientos* y el *lenguaje*. Símbolos, comunicación, campo semántico son ideas relacionadas con la de lenguaje. Por ello se considera pertinente dedicar un espacio a este tema.

Vergnaud, al referirse a los problemas de tipo multiplicativo, menciona que un elemento importante que se debe considerar son los factores semánticos subyacentes así como la formulación del problema, la manera de presentarlo y redactarlo. Estos elementos se relacionan directamente con el lenguaje. Además considera que

“el lenguaje tiene antes que nada una función de comunicación, y el aprendizaje de las matemáticas es un aprendizaje fuertemente socializado. Pero esta función de comunicación no puede ejercerse útilmente más que apoyándose sobre esa otra función del lenguaje que es la representación. En relación con esas dos funciones, se observa otra función del lenguaje: el auxilio del pensamiento y la organización de su acción” (Vergnaud, 1990, p. 170).

Algunos aspectos semejantes a los mencionados por el investigador francés son considerados por Filloy (1997) cuando introduce la noción de *Sistemas Matemáticos de Signos*, la cual surge de algunas consideraciones que este autor propone con el fin de normar criterios para diseñar modelos de enseñanza. Para él:

“La matemática escolar se articula en una serie de redes conceptuales, relacionadas unas con otras y con la característica de que, con el tiempo, los estudiantes van logrando ser competentes en el uso de redes de conceptos cada vez más abstractos y generales; competencias que requieren de muchas competencias anteriormente dominadas [por otro lado] el sistema matemático de signos en el que se expresan y comunican los textos matemáticos correspondientes a tales redes conceptuales, también, tiene una estratificación que se corresponde con los diversos usos, que van dando cuenta de acciones, operaciones y transformaciones cada vez más generales y provenientes de estratos del lenguaje (*del sistema matemático de signos*) cada vez más abstractos” (Filloy, 1997, p.23).

Tal vez el significado dado al *Sistema Matemático de Signos* (SMS) se aclare si se considera que la idea es oponerla a la de sistema de signos matemáticos, en donde el foco de atención sería el signo en sí. Se trata de desviar la atención de los signos como tales, de los tipos de signos que se usan y sus significados en abstracto para llevarla a



“los sistemas de significación y los procesos de producción de sentido” (Puig, 1997, p.6).

Filloy (1997) señala que al observar una situación de enseñanza-aprendizaje se debe poner mayor atención en el *punto de vista pragmático* esto es, el que subraya el significado dado a un símbolo por su uso, en vez de poner mayor énfasis en el significado que tiene en el *sistema formal abstracto*. Una consecuencia importante de este enfoque es que “desvía la observación en matemática educativa de la ‘competencia’ hacia la actuación de los usuarios de los SMS” (*Ibid.* p. 1).

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

Muchas podrían ser las maneras de emprender una investigación como la que aquí se plantea; muchos podrían ser los puntos desde donde mirar una problemática tan compleja como la educación matemática en las escuelas primarias de nuestro país. Nuestra elección ha sido la siguiente: para conocer los contenidos y propósitos de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria, hemos utilizado como material primordial de análisis los documentos distribuidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP), y nos hemos colocado en una perspectiva teórico-metodológica similar a la planteada en esos documentos. Así, por ejemplo, para conocer y, en su caso, juzgar, una propuesta que afirma la prevalencia de la enseñanza a través de problemas por sobre una visión formal de la materia, hemos adoptado una postura que otorga a la enseñanza a través de problemas más importancia que a los aspectos formales de la matemática. Esta postura ha implicado las elecciones metodológicas que hemos hecho y que se exponen aquí. Los resultados serán presentados en el siguiente capítulo.

Este capítulo consta de cinco secciones. En la primera se plantean algunas características específicas del nivel de educación primaria en nuestro país. En la segunda se hace una descripción general de los materiales considerados en la investigación, así como una explicación de los dos modos en los que se han abordado: un análisis detallado y un análisis global. En la tercera se exponen las unidades definidas para el análisis detallado. En la cuarta se presentan las variables utilizadas en el análisis detallado: se explica su construcción y la de las categorías que las conforman. En la última se describen los criterios que guiaron el análisis global.

### **3.1. ALGUNAS CARACTERÍSTICAS DEL NIVEL DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

En México la educación primaria se organiza en las modalidades denominadas *general*, *indígena*, en *cursos comunitarios* y *para adultos*. Cada una de estas modalidades tiene especificidades tanto en contenidos como en enseñanza y atiende a poblaciones cuantitativa y cualitativamente distintas.

La distribución de la población estudiantil en las diversas modalidades de la educación primaria impartida gratuitamente por el Estado es la siguiente:<sup>1</sup>

MODALIDAD	PORCENTAJE DE LA POBLACIÓN QUE ATIENDE
General	88%
Indígena	4%
Cursos comunitarios	1%
Adultos	7%

Estudiar en paralelo estas modalidades implicaría grandes dificultades metodológicas que pasan por diversas contraposiciones: educación de niños contra educación de adultos, escuelas unitarias contra escuelas por grados, educación en español contra educación en 56 lenguas indígenas, etc. Por ello se decidió para este diagnóstico trabajar sobre la modalidad general. Ésta consta, como es sabido, de seis grados anuales, que se suelen también agrupar por grupos de dos en “ciclos”.

La primaria general tiene una serie de características que la distinguen no sólo de las otras modalidades de educación primaria sino también de otros niveles, como el de secundaria y el de bachillerato, que se analizan en los otros documentos que constituyen este reporte. Por un lado es el nivel que cubre el mayor porcentaje de mexicanos. Por

---

<sup>1</sup> Fuente: Estadística básica del sistema educativo nacional. Inicio de cursos 1994-1995. Tomos 1, 2 y 3. SEP, México, marzo de 1996.

otro lado, aunque existe ya la obligatoriedad de un año de nivel preescolar, éste no llega a toda la población y los aprendizajes escolares básicos más significativos en términos del desarrollo ulterior del individuo ocurren durante los seis años que dura la primaria. Finalmente, la escuela primaria cuenta no sólo con planes y programas únicos y obligatorios (lo que se tiene asimismo en secundaria, aunque no en bachillerato), sino también con materiales de fundamental importancia para la instrumentación de planes y programas, repartidos por la SEP en todas las escuelas del país. Esto hace que el estudio del fenómeno en este nivel se pueda basar en el análisis de estos materiales: desde el punto de vista metodológico, esta propiedad de la primaria le da al nivel un carácter específico.

## **3.2. MATERIALES UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS**

### **3.2.1. Descripción general**

Además del plan y los programas, hay una serie de materiales emitidos por la SEP, que son repartidos en forma gratuita a todos los alumnos o maestros de la República. Aunque la mayoría de las escuelas privadas utilizan también otros materiales (en particular, libros para el alumno) y éstos pueden diferir de los oficiales tanto en propósitos como en contenidos, estas escuelas también utilizan los materiales de la SEP, sobre todo el libro del niño. Es por esta razón que se ha considerado en este estudio el paquete de materiales de distribución generalizada en las escuelas primarias (para el maestro y/o para el alumno). En matemáticas, estos son:

- el plan y programas de estudio<sup>2</sup>
- los libros de texto gratuitos para los niños
- los ficheros de actividades
- los avances programáticos
- los libros para el maestro

---

<sup>2</sup> Los programas se encuentran en el Anexo 1 de este documento.

A continuación se describen estos materiales.

El plan y programas de estudio, que data de 1993, consiste en un libro único que contiene los programas de cada asignatura (español, matemáticas, ciencias naturales, historia, geografía, educación cívica, educación artística y educación física), para los seis grados de la educación primaria. El libro contiene una introducción con lineamientos generales acerca de la enseñanza y, junto con la presentación de los contenidos correspondientes a cada asignatura, una serie de lineamientos acerca del enfoque con el que se ha de enseñar la materia. Los contenidos están organizados en ejes temáticos, que en matemáticas son:

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones (1° a 6°)
2. Medición (1° a 6°)
3. Geometría (1° a 6°)
4. Tratamiento de la información (1° a 6°)
5. Procesos de cambio (4° a 6°)
6. Predicción y azar (3° a 6°)

Los libros de texto gratuitos existen en nuestro país desde los años sesenta; han tenido básicamente tres versiones distintas. La primera surgió a partir del plan de estudios y los programas elaborados en 1958. La segunda se realizó en el año 1972, a raíz de una reforma que consideraba como parte fundamental de la enseñanza de las matemáticas los aspectos formales de esta disciplina y sus fundamentos: la lógica, la teoría de conjuntos, las estructuras algebraicas, etc. Una reforma parcial ejecutada en 1980 matizó en algunos aspectos esta visión formalista en los tres primeros grados, y el resto de los materiales permanecieron básicamente inmutados. La reforma actual data de 1993 y se adhiere a una corriente mundial acerca del tema, que prioriza, bajo un enfoque constructivista, la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas por parte del alumno. Ese mismo año se publicaron y empezaron a utilizar en las aulas de todo el país los libros de texto correspondientes a los grados 1°, 3° y 5°, y un año después ocurrió lo mismo con los libros correspondientes a los grados 2°, 4° y 6°. Los libros

se reeditan cada año; aunque las sucesivas ediciones son básicamente iguales, hay esporádicamente algunos cambios en ellas.

Los libros de texto gratuitos son el único elemento del paquete que está dirigido a los niños. En todos los libros actuales de matemáticas las lecciones están agrupadas en cinco partes o bloques y están apoyadas por recursos gráficos que cumplen diversas funciones, desde aportar parte de la información (o incluso toda la información) hasta ser meramente decorativos. El orden en que aparecen las lecciones no está estructurado por ejes temáticos, sino que éstos aparecen mezclados a lo largo de cada libro. Los libros de primero y segundo grados van acompañados de un cuaderno impreso en papel grueso que contiene material recortable; los de tercero y cuarto grados incluyen al final algunas páginas recortables; los de quinto y sexto no utilizan material recortable.

El fichero de actividades es una innovación introducida con el plan de estudios de 1993 para la asignatura de matemáticas. Se trata de un libro por grado, dirigido al maestro, que contiene problemas y actividades estructurados como fichas, y cuya finalidad es apoyar al docente para complementar el trabajo del libro del niño. Los ficheros de los primeros dos grados se presentan como material indispensable para el proceso de enseñanza: se pide al maestro que antes de abordar las lecciones realice las actividades correspondientes del fichero. En los últimos grados, la función del fichero es más de apoyo colateral, porque los contenidos se cubren en su totalidad en los libros del niño.

El avance programático es un libro por grado, dirigido al maestro, que contiene una sugerencia acerca de la organización de las diversas materias y sus interrelaciones; en matemáticas incluye el uso del fichero de actividades con respecto a las lecciones del libro del niño y los temas aproximados del programa al que corresponde cada lección del libro del niño y cada ficha del fichero de actividades.

Por último, el libro para el maestro, que también es uno por grado y por materia, contiene recomendaciones didácticas generales, recomendaciones didácticas por eje, recomendaciones de evaluación y sugerencias bibliográficas para el maestro, además de

una presentación, una introducción y la bibliografía consultada. El libro del maestro de primer grado contiene además una sección sobre juegos e instrucciones complementarias para el uso del libro de texto, y el de tercero una sección de propósitos y una de organización de los contenidos.

### **3.2.2. Modos de acercamiento**

De este paquete de materiales, el que es formalmente normativo en cuanto a los propósitos y los contenidos es el plan y programas. Los programas de 1972 estaban estructurados en torno a objetivos: generales, particulares y específicos. Este acercamiento, que fue duramente criticado por especialistas que lo consideraban excesivamente conductista, fue abandonado en los programas de 1993. Los programas actuales consisten, para cada uno de los seis ejes temáticos considerados, en un listado aparentemente heterogéneo que incorpora por igual contenidos que debe aprender el educando, habilidades que debe desarrollar y el enfoque con que estos contenidos y habilidades deben ser abordados por el docente.

Por un lado, esta característica les da a los programas una gran riqueza: se destaca que lo que el alumno debe adquirir no es meramente una lista de contenidos, y se enfatiza el enfoque didáctico de enseñanza a través de la resolución de problemas. Esto es particularmente útil si se considera que los programas están dirigidos a maestros que, en su mayoría, habían ya enseñado con los programas anteriores. Como los cambios entre los programas de 1972 y los de 1993 radican fundamentalmente en el enfoque didáctico, y relativamente poco en contenidos, era menester enfatizar el enfoque desde los programas.

Por otro lado, sin embargo, los programas resultan poco apropiados para el análisis que se deseaba hacer en esta investigación. Con frecuencia, los enunciados de los programas resultan tan amplios que se podrían convertir, en la práctica del aula, en muchas versiones muy distintas entre sí. Aunque esto ocurre de todos modos, puesto que cada maestro y cada grupo de alumnos son diferentes de los demás, sobre todo consideran-

do la gran variabilidad de regiones socio-culturales en el país, hay un factor que limita fuertemente la dispersión: el libro del niño.

Efectivamente, los libros de texto gratuitos constituyen una propuesta de concreción de los programas, en los que se vierte una metodología de enseñanza y se acotan contenidos, tanto en graduación (nivel de profundidad) como en seriación (en qué orden se enseñan). Muchos otros aspectos se pueden encontrar en este material; en particular, cabe destacar el vocabulario matemático que aparece en ellos y las habilidades que se ponen en juego con las actividades propuestas. Como además el libro del niño es, de los cuatro materiales del paquete de distribución generalizada, el de mayor uso y el que está dirigido a los alumnos, es en él donde se puede apreciar claramente qué matemáticas se supone que aprenden los niños mexicanos en el transcurso de la primaria.

Debido a esta razón, una gran parte del análisis efectuado en esta investigación se basó en los seis libros de texto gratuitos. A ellos se agregaron los ficheros de actividades de los dos primeros grados, puesto que se plantean como material indispensable de trabajo antes de abordar las lecciones del libro de texto. Estos ocho libros fueron abordados con detalle.

Por otra parte, la totalidad de los materiales (es decir, el plan y programas, los seis libros para el maestro, los seis avances programáticos, los seis libros de texto y los seis ficheros de actividades) fue abordada en un análisis global para detectar los propósitos generales y particulares de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria y algunas características importantes del enfoque propuesto.

### **3.3. UNIDADES DE ANÁLISIS**

En el análisis detallado de los seis libros de texto y los dos primeros ficheros de actividades, la unidad de análisis fue cada lección de los libros de texto y cada ficha de los ficheros. La siguiente tabla muestra la cantidad de unidades de análisis por grado y material:



## UNIDADES DE ANÁLISIS POR GRADO Y MATERIAL

MATERIAL	1°	2°	3°	4°	5°	6°	TOTAL
Libro de texto	119	117	88	91	30	35	480
Fichero de actividades	61	49					110
TOTAL	180	166	88	91	30	35	590

Es importante observar que la cantidad de lecciones que conforman los diferentes libros de texto varía fuertemente entre los tres ciclos; esto se debe a que la estructura de las lecciones es diferente:

- En primer y segundo grados (primer ciclo), casi la totalidad de las lecciones son de una página y algunas tienen dos. Las lecciones de estos libros involucran en general pocos contenidos. En primer grado las lecciones se apoyan fuertemente en las ilustraciones y con frecuencia el único texto es el título, que suele ser la instrucción de trabajo; en segundo grado hay más texto. El libro de primer grado cuenta con 144 páginas y el de segundo con 175.
- En tercero y cuarto grados (segundo ciclo), cada lección se presenta en una página o en dos páginas encontradas y por lo general los contenidos abordados corresponden a un solo eje temático. El libro de tercero cuenta con 191 páginas y el de cuarto con 189.
- En quinto y sexto grados (tercer ciclo), la mayoría de las lecciones tiene de seis a ocho páginas. En general, las lecciones abarcan varios contenidos de varios ejes temáticos y están integradas en torno a un contexto real o imaginario que sirve de tema conductor para la mayor parte de la lección y al que se refiere su título; frecuentemente la lección se ve complementada con ejercicios colaterales que no tienen directamente que ver con el tema conductor. Sobre todo en sexto grado, las lecciones contienen en general mucho texto. Ambos libros cuentan con 207 páginas.

Para cada una de las unidades de análisis se registró la información correspondiente a varias variables que serán descritas en el siguiente apartado. La información fue capturada en bases de datos computacionales, lo que permitió el análisis de cada variable en todos los materiales, así como hacer cruces entre diversas variables.

### **3.4. VARIABLES CONSIDERADAS EN EL ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO Y FICHEROS DE ACTIVIDADES**

Para la parte del análisis que consistió en una revisión detallada de los ocho libros mencionados, una serie de variables fueron diseñadas. Tanto la elección de los aspectos a considerar como las categorías construidas para cada uno de ellos corresponden a una manera de ver los materiales desde una perspectiva similar a la que guió la elaboración misma de los materiales. Algunas características de esta visión son las siguientes: los contenidos matemáticos que son objeto de aprendizaje deben considerarse junto con ciertos aspectos didáctico-pedagógicos del proceso en que son aprendidos; las habilidades son un objeto de aprendizaje tan importante como los contenidos mismos; el énfasis en la resolución de problemas debe resaltarse como parte del análisis; el conocimiento se va adquiriendo paulatinamente mediante un proceso de construcción; a la par con la construcción de conocimientos el educando adquiere un lenguaje matemático que es parte fundamental de su acervo. Estas características han determinado la construcción de las siguientes variables para esta investigación:

- Contenidos
- Habilidades
- Tema
- Énfasis
- Conceptualización
- Léxico

Todas ellas serán abordadas con detalle en los apartados siguientes.

Antes de ello, debemos resaltar sin embargo que este listado no pretende definir exhaustivamente ni la perspectiva con la que los materiales fueron elaborados ni la perspectiva con que nos parece que éstos deben ser estudiados. Muchas otras características inherentes al proceso educativo y a los materiales que lo acompañan son también importantes; entre ellas, cabe destacar el tipo de acción que debe realizar el educando en el proceso de aprendizaje (desde la manipulación de objetos concretos hasta la ac-

ción mental de abstracción), el tipo de análisis de la información que debe realizar el sujeto, la calidad didáctica de las situaciones problemáticas propuestas al alumno, la función que cubren los elementos gráficos, etc. Estos y otros aspectos no fueron considerados para la investigación que aquí se reporta, porque se encuentran en un segundo círculo concéntrico alrededor del objetivo primordial que se tiene aquí, que son los contenidos y propósitos de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Sin embargo, se ha iniciado su análisis para obtener posteriormente un estudio más enfocado hacia el proceso de aprendizaje de las matemáticas en este nivel; esta investigación se realiza actualmente en la Universidad Pedagógica Nacional.

### **3.4.1. Contenidos**

Se elaboró una clasificación que permite tener una manera de describir qué contenidos matemáticos aborda cada unidad de análisis.

El punto de partida para esta clasificación fueron los seis programas emitidos por la SEP. Así, el primer criterio de clasificación de contenidos es el de los seis ejes temáticos considerados en los programas, y, salvo por algunas excepciones,<sup>3</sup> se respetó la pertenencia de los contenidos a sus respectivos ejes. Todos los elementos considerados en los seis programas fueron incluidos en la clasificación. Posteriormente, la clasificación fue enriquecida, ya sea por la necesidad de hacer explícitos algunos conceptos importantes, ya porque algunos contenidos no contemplados explícitamente por los programas aparecen en los materiales estudiados, ya por la necesidad de completar en la clasificación algunos aspectos, ya por consideraciones teórico-metodológicas acerca de determinados temas.

De esta forma, los programas quedan propiamente incluidos en la clasificación de contenidos, pero ésta es más específica en algunos puntos. Esto permite utilizar la clasificación como un instrumento para medir tanto a los propios programas como a la cober-

---

<sup>3</sup> Una de las excepciones es la medición de ángulos, que el programa considera dentro de geometría y nuestra clasificación de contenidos en medición.

tura de éstos que hacen los seis libros de texto y los dos ficheros de actividades estudiados.

La clasificación obtenida obedece a dos tipos de criterios: el matemático y el psicopedagógico. Por un lado, los contenidos matemáticos de la educación primaria son antecedentes de los de otros niveles educativos y de los conceptos matemáticos teóricos en sí. Por otro lado, estos contenidos deben obedecer a una secuencia, determinada por la visión teórica acerca de los procesos implicados en el aprendizaje de las matemáticas. Esto es evidente en los mismos programas, algunos de cuyos elementos corresponden más a uno de los criterios que al otro, mientras que otros corresponden a una mezcla de ambos. Sirvan los siguientes elementos programáticos, tomados todos del eje de medición, a modo de ejemplo:

- “Cálculo del área total de prismas” (sexto grado): criterio matemático.
- “Resolución de problemas sencillos que impliquen la medición de longitudes utilizando el medio metro y el cuarto de metro” (segundo grado): criterio psicopedagógico.
- “Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas” (quinto grado): ambos criterios.

La mayoría de las veces, los dos criterios mencionados coinciden en lo esencial y se complementan en el sentido de que aportan dos visiones distintas acerca de lo mismo, aunque hay algunos casos en los que pueden estar contrapuestos.<sup>4</sup> Ambos son fundamentales en la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria: ninguno de los dos sería suficiente, por sí solo, para cubrir el objetivo de enseñar los conceptos básicos de las matemáticas a niños de seis a doce años de edad. Por esta razón, se mantuvieron los dos criterios, el matemático y el psicopedagógico, en la construcción de la clasificación de los contenidos.

---

<sup>4</sup> Un ejemplo de ello puede verse en el concepto de “ubicación”, que es uno de los aspectos considerados en la enseñanza de la geometría. Se tratará este ejemplo más adelante.

La variable está construida como una clasificación decimal de cinco dígitos, es decir, en forma de árbol. En general, se buscó darle preferencia al criterio matemático sin sacrificar el psicopedagógico; por ejemplo, cuando era necesario incluir una graduación de contenidos (correspondiente más al criterio psicopedagógico que al matemático), ésta se consideró subordinada a criterios de índole más matemática. Debe aclararse que el orden en que aparecen los contenidos en la clasificación no corresponde a un orden de enseñanza, ni a que así aparezcan en los programas o en los libros de texto o ficheros de actividades, ni, mucho menos, a un lineamiento por nuestra parte acerca del orden en que deban abordarse los contenidos.<sup>5</sup>

A continuación se describen, a grandes rasgos, las categorías:

1. Los números, sus relaciones y sus operaciones. Este eje se divide en números (1.1) y operaciones (1.2 a 1.4, según el tipo de números con los que se esté operando, y 1.5 para las operaciones con calculadora). Los temas relacionados con los números a su vez se clasifican en números naturales, números ordinales, otras representaciones numéricas (además de la decimal),<sup>6</sup> números fraccionarios y números decimales; en cada uno de estos apartados se consideran los conceptos importantes. Por otra parte, las operaciones se clasifican en suma, resta, multiplicación, división y otras operaciones, y en cada uno de estos apartados se consideran, en particular, el concepto, el algoritmo y el uso de las operaciones en la resolución de problemas.
2. Medición. Este eje se divide según los aspectos a medir: longitudes, áreas, volúmenes, ángulos, capacidad, peso y tiempo, así como un punto acerca de la historia de la medición. Para cada aspecto se consideran, cuando son pertinentes, el proceso

---

<sup>5</sup> Por ejemplo, en el eje de geometría los contenidos de identificación de cuerpos y de figuras geométricas aparecen antes de los de clasificación y construcción, pero las tendencias actuales de la enseñanza de la geometría sugieren que el alumno se familiarice con los objetos matemáticos antes de darles nombre e identificarlos.

<sup>6</sup> Este es un ejemplo del doble criterio de clasificación: matemáticamente hablando, los números romanos no son más que distintas representaciones de los números naturales, y deberían, en todo caso, quedar subordinados a ellos; sin embargo, presentan dificultades específicas de aprendizaje (en particular la notación), por lo que se decidió ubicarlos al mismo nivel de clasificación que los números naturales.

de medición, las unidades convencionales, el uso de instrumentos y la resolución de problemas, así como la medición de propiedades específicas como el perímetro o el área de figuras. Cabe observar que la medición de la temperatura no está contemplada en la clasificación de contenidos, porque no lo está en los programas de matemáticas: aunque es un tema que aparece ocasionalmente en los libros de texto gratuitos, está considerado dentro de los programas de ciencias naturales para la educación primaria.

3. Geometría. Este eje se divide en los problemas de ubicación y representación en el espacio y en el plano, por una parte y en los cuerpos y figuras geométricos, por otra; estos últimos abarcan la identificación, la clasificación y la construcción. Aquí vale la pena hacer una observación acerca de una contraposición entre los criterios matemático y psicopedagógico con respecto al concepto de "ubicación", que debe permitirle al sujeto describir la posición relativa de un objeto con respecto a sí mismo, o la de dos objetos entre sí. Se trata de convenciones matemáticas que deben describirse adecuadamente. Sin embargo, en la enseñanza se debe considerar que las convenciones son complejas y, la mayor parte de las veces, no explícitas: por ejemplo, no es lo mismo "arriba" y "abajo" cuando se trata de un sujeto real (digamos, cuando "arriba" es lo más lejano al piso y "abajo" lo más cercano), que cuando se trata de una hoja con texto puesta sobre una superficie horizontal, como podría ser un pupitre (en el que "arriba" es lo más lejano al sujeto sentado y "abajo" lo más cercano, pero ambos están igualmente cerca del piso). Esta doble convención puede llevar a confusiones cuando se trata, por ejemplo, de una imagen en un libro que represente un sujeto acompañado de objetos del entorno. No es, pues, lo mismo aprender las convenciones en el espacio de tres dimensiones, que en el de dos dimensiones, o que en la representación, en dos dimensiones, del espacio de tres. Como esto debe quedar implícita o explícitamente incluido en la enseñanza de la ubicación, ha quedado explícito en la clasificación de contenidos, puesto que ésta se constituye en el cristal a través del cual se miran los contenidos abordados en los materiales.
4. Tratamiento de la información. Este eje programático tiene un doble carácter: por un lado abarca los contenidos referentes a la recolección, análisis, tratamiento e interpretación de la información, y por otro lado es, en sí, una línea transversal de enfo-

4. que de la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas. En la clasificación de contenidos, el eje se divide en tres partes, correspondientes a la resolución e invención de problemas, la organización e interpretación de la información, y las herramientas estadísticas.
5. Procesos de cambio. Este eje se divide en variación en general, por un lado, y variación proporcional, por otro.
6. Predicción y azar. Este eje considera por un lado la noción de azar, y por otro la construcción de la noción de probabilidad, que incluye el uso de algunas técnicas de conteo.

En el análisis de cada lección, o ficha, se señalaron todos aquellos contenidos (resumidos mediante su clasificación decimal) incluidos como objeto de enseñanza; éstos pueden pertenecer a uno o a varios de los ejes arriba mencionados. Cabe enfatizar que muchos contenidos que se abordan en los primeros grados aparecen en los últimos grados pero ya no como objeto de enseñanza sino como herramientas o lenguaje o la base sobre la que se construyen nuevos objetos de enseñanza; en estos casos, estos contenidos ya no se señalaron en los grados superiores.

En vista de que las categorías para la clasificación de contenidos ocupan bastante espacio, para no entorpecer la lectura de este documento, se han ubicado en el Anexo 2.

### **3.4.2. Habilidades**

A la par de los contenidos, se construyó una variable correspondiente a las habilidades que se detectaron puestas en juego por las lecciones de los libros de texto o las fichas de los ficheros de actividades. Aquí, a diferencia de la variable contenidos, no se tomó como punto de partida los programas de la SEP pues a pesar de que en ellos se plantea insistentemente que se persigue desarrollar habilidades en el alumno, no se dice con claridad de cuáles habilidades se trata ni qué se entiende por habilidad.

Con esta variable se pretende tener un catálogo de las diferentes habilidades que entran en juego en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en el nivel de primaria. Se ha dado un lugar especial a las diversas habilidades relacionadas con la solución de problemas. Como parte del análisis realizado, se reconocieron treinta habilidades fundamentales, que fueron clasificadas en ocho grupos: cálculo, coordinación motriz fina, percepción, previsión, manejo de fórmulas, estrategias, operaciones mentales y formulaciones o expresiones.

La tabla siguiente muestra la clasificación de las habilidades.

<ul style="list-style-type: none"> <li>1. Cálculo               <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1. Cálculo mental</li> <li>1.2. Mecanizaciones</li> </ul> </li> <li>2. Coordinación motriz fina</li> <li>3. Percepción               <ul style="list-style-type: none"> <li>3.1. Formas</li> <li>3.2. Tamaños relativos</li> <li>3.3. Posiciones relativas</li> <li>3.4. Perspectivas</li> </ul> </li> <li>4. Previsión               <ul style="list-style-type: none"> <li>4.1. Reconocimiento de patrones                   <ul style="list-style-type: none"> <li>4.1.1. Numéricos</li> <li>4.1.2. Geométricos</li> </ul> </li> <li>4.2. Anticipación                   <ul style="list-style-type: none"> <li>4.2.1. Numérica</li> <li>4.2.2. De disposición espacial</li> </ul> </li> <li>4.3. Estimación de resultados                   <ul style="list-style-type: none"> <li>4.3.1. Numéricos</li> <li>4.3.2. De disposición espacial</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>5. Manejo de fórmulas               <ul style="list-style-type: none"> <li>5.1. Seguimiento de instrucciones</li> <li>5.2. Lectura de fórmulas</li> <li>5.3. Uso de fórmulas</li> </ul> </li> <li>6. Estrategias               <ul style="list-style-type: none"> <li>6.1. <i>Acomodamiento de la información</i></li> <li>6.2. Decantamiento de la información</li> <li>6.3. Ensayo y error</li> <li>6.4. Planteamiento de la pregunta adecuada</li> <li>6.5. Trabajo en reversa</li> </ul> </li> <li>7. Operaciones mentales               <ul style="list-style-type: none"> <li>7.1. Analogías</li> <li>7.2. Generalizaciones</li> <li>7.3. Hipótesis</li> <li>7.4. Procesos inversos</li> <li>7.5. Clasificación</li> </ul> </li> <li>8. Formulaciones               <ul style="list-style-type: none"> <li>8.1. Expresión de procesos</li> <li>8.2. Modelación</li> <li>8.3. Construcción de fórmulas</li> <li>8.4. Planteamiento de problemas</li> </ul> </li> </ul>
---	--



A continuación se hace una breve descripción de las categorías de esta variable:

1. Cálculo. Se reconocen en particular la habilidad correspondiente al cálculo mental y la destreza para utilizar los algoritmos aritméticos de manera ágil y eficiente (mecanizaciones).
2. Coordinación motriz fina. Aunque ésta es una habilidad que rebasa el ámbito de las matemáticas, su desarrollo es importante principalmente en el aprendizaje de la geometría.
3. Percepción. Se trata de habilidades intrínsecamente relacionadas con la geometría, con el reconocimiento de formas, tamaños y posiciones relativas de objetos en distintas representaciones, entre ellas la perspectiva.
4. Previsión. Aquí se consideran las habilidades relacionadas con el reconocimiento de patrones, y con la anticipación y estimación de resultados. En todas ellas se puede hablar de una vertiente “aritmética” y de una vertiente “geométrica”.
5. Manejo de fórmulas. Estas habilidades, que parten del seguimiento de instrucciones para terminar en la primaria con la lectura y el uso de fórmulas, constituyen un antecedente para el aprendizaje del álgebra en el nivel de secundaria.
6. Estrategias. Se trata aquí de las habilidades más relacionadas con la resolución de problemas. Por “acomodamiento de la información” entendemos el proceso mediante el cual se relacionan adecuadamente elementos de información en un problema, mientras que por “decantamiento de la información” entendemos el proceso mediante el cual se desecha la información irrelevante y se hace acopio de la información que es útil para la resolución de un problema. Ensayo y error es una estrategia común para resolver problemas: se intenta un procedimiento, y si éste no funciona se intenta otro distinto, hasta hallar uno o una combinación de varios que lleve a la solución buscada. Otra habilidad importante es la de plantear, en un problema, las preguntas adecuadas que llevarán a la solución. Finalmente, el “trabajo en reversa”, conocido por algunos autores anglosajones como *thinking backwards*, es el proceso mediante el cual la persona que está intentando darle solución a un problema se imagina que llegó ya a la solución y reconstruye de dónde debió haber partido para

llegar a ella, y luego de dónde debió haber partido para llegar a ese punto, etc., hasta llegar al planteamiento inicial del problema.

7. Operaciones mentales. Estas habilidades conforman parte de los procesos de abstracción característicos de las matemáticas. Reconocemos aquí las analogías, las generalizaciones, el planteamiento de hipótesis y la clasificación, junto con la habilidad para efectuar “procesos inversos”, que apela al concepto piagetiano de reversibilidad.
8. Formulaciones. En esta categoría incluimos la expresión de procesos, la habilidad para encontrar modelos, la construcción de fórmulas y el planteamiento de problemas por parte del educando.<sup>7</sup>

### 3.4.3. Tema

Con esta variable se pretende registrar el concepto o el tema matemático principal que se aborda en una lección del libro de texto o en una ficha del fichero de actividades.

Se identificó una serie de temas matemáticos que se muestran en la siguiente tabla y que por ser ampliamente conocidos no merecen particular comentario. Sólo hacemos una observación: se ha utilizado el término “tema” preferentemente al de “concepto”, aunque la mayoría de los temas identificados corresponden a conceptos matemáticos, porque en algunos cabría la discusión de si se trata de conceptos estrictamente hablando o no (por ejemplo, el sistema métrico decimal). Para soslayar esta discusión, que por lo demás parece estéril para los propósitos de esta investigación, es que se ha utilizado el término más amplio de “tema”.

---

<sup>7</sup> Cabe señalar que de las habilidades mencionadas por Balbuena (véase el capítulo 2) todas menos dos quedan incluidas en esta clasificación. “Operar” queda incluida en cálculo, “imaginar” en percepción, “estimar resultados” en previsión, “generalizar” en previsión y en analogías y generalizaciones, “inferir” en el planteamiento de hipótesis, y “comunicar e interpretar” en expresión de procesos. Las dos excepciones son “medir o establecer relaciones para comparar”, que no se considera habilidad sino contenido y está explícitamente mencionado en los programas de primaria como el segundo eje temático, y “deducir”, que es una habilidad que entra en juego en el nivel de secundaria. Por lo demás, la clasificación propuesta aquí es más completa.

Aunque está estrechamente relacionada con los contenidos, esta variable difiere de aquélla en varios aspectos. Por una parte, se trata de una clasificación mucho más general; por otra, se registra con ella solamente los temas o conceptos matemáticos hacia los que se ha considerado que se dirige el trabajo propuesto en cada unidad de análisis.

Por otro lado, esta variable está intrínsecamente relacionada con las de énfasis y conceptualización, que se describen enseguida.

Números naturales	Tiempo
Conteo	Sistema métrico decimal
Divisibilidad	Sistema inglés
Suma	Dinero
Resta	Otras variables
Multiplicación	Relaciones espaciales
División	Ubicación
Potenciación	Plano cartesiano
Varias operaciones	Simetría
Números decimales	Líneas
Suma	Ángulos
Resta	Paralelismo
Multiplicación	Perpendicularidad
Varias operaciones	Figuras
Números fraccionarios	Polígonos
Suma	Círculo
Resta	Cuerpos
Varias operaciones	Poliedros
Sistema de numeración decimal	Esfera, cono, cilindro
Sistemas de numeración, otros	Estadística descriptiva
Números romanos	Tablas
Medición	Gráficas
Longitud	Medidas de tendencia central
Área	Porcentaje
Volumen	Proporcionalidad
Ángulos	Probabilidad
Capacidad	Azar
Peso	Regularidad
Temperatura	

### 3.4.4. Énfasis

Muchas lecciones o fichas no están centradas en torno a un tema o un concepto matemático, sino en torno a otros aspectos. Esto se registró en la variable “énfasis”, que consta de las categorías que se muestran en la siguiente tabla.

El tema considerado (si en él está el énfasis)	Orden
Resolución de problemas	Aproximación
Invencción de problemas	Estimación
Análisis de la información	Juegos
	Repaso

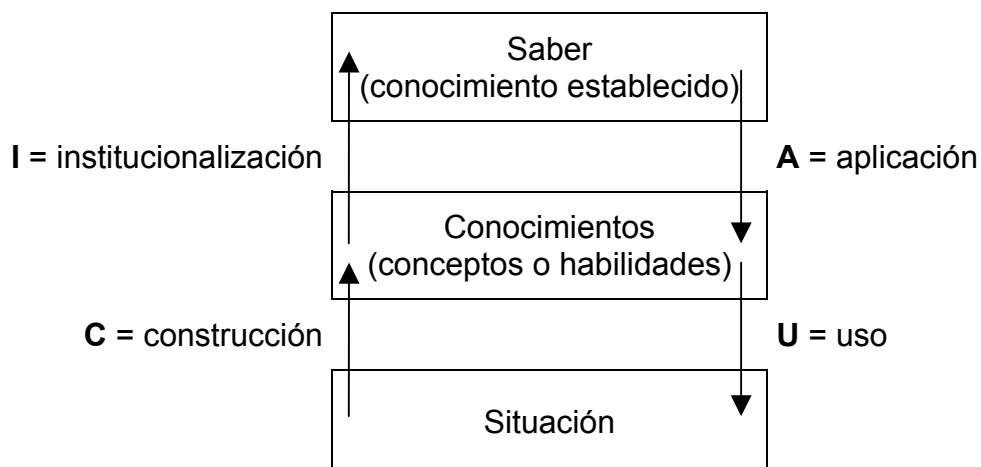
Cabe destacar que dos de las categorías están destinadas a la resolución e invención de problemas, y una a otro aspecto relacionado con ellas, que es el análisis de la información. El orden no está incluido en el listado de temas porque puede referirse tanto a temas aritméticos como a temas de medición, y lo mismo ocurre con la aproximación y la estimación. Por otra parte, es frecuente también que una lección o una ficha tenga, además de un tema principal, un énfasis, por ejemplo, en la resolución de problemas.

### 3.4.5. Conceptualización

Con esta variable se intentó identificar en las lecciones y fichas la finalidad, en términos de la adquisición conceptual, que se pretende desarrolle el sujeto respecto al tema o concepto principal que se aborda en ella. De acuerdo con la perspectiva en la que los materiales afirman que están contruidos, la adquisición conceptual ocurre gradualmente, a través de aproximaciones sucesivas que permiten una lenta construcción de los conocimientos.

En ese proceso el niño parte de una situación inicial, que puede ser una realidad concreta o una representación de algo real o de algo abstracto, y que puede incluir algunos conocimientos previos, y accede a un saber escolar. Aquí hemos dividido este saber escolar en dos niveles. El primer nivel está conformado por los conceptos o habilidades que el niño construye o desarrolla a partir de acciones directas emprendidas desde la situación, en el que estos conceptos o habilidades pueden estar todavía muy ligados a

las características de la situación en la que se trabajó; lo hemos denominado el nivel de los “conocimientos”. El segundo nivel está conformado por un conocimiento establecido que tiene ya un status social o cultural e implica un mayor grado de abstracción y generalización; lo hemos denominado el nivel del “saber”. Ambos niveles son parte del saber escolar, pero el segundo es el que se puede identificar con lo que Chevallard denomina el “saber de los programas”.



Aunque todo el proceso es eminentemente constructivo, hemos denominado “construcción” al paso de la situación a los conocimientos: es una fase donde el niño parte de la situación problemática y busca formas de resolver problemas o de inventar otros, formula hipótesis y trata de explicar sus hipótesis o las de otros. Al paso de los conocimientos al saber lo hemos denominado “institucionalización”, en el sentido que le da Brousseau al término; se trata del momento en que a partir del trabajo que el alumno ha realizado, éste accede a una forma de conocimiento que tiene relación con el saber cultural o científico.

En sentido inverso, cuando se parte del conocimiento establecido en dirección a una situación real, identificamos dos momentos de aplicación, aunque como en el caso de la construcción hemos usado el término sólo para uno de los dos. El momento que hemos denominado “aplicación” es el que ocurre cuando el punto de arranque es un conoci-

miento establecido y se llega a un nuevo conocimiento;<sup>8</sup> al otro momento lo hemos denominado “uso”: es el que ocurre cuando algo que se conoce es utilizado como una herramienta en una situación real, por ejemplo resolviendo problemas o comprobando hipótesis.

En la gran mayoría de los casos, la construcción conceptual ocurre de manera simultánea y paralela al uso. Así, por ejemplo, un niño de primer o segundo grado que cuenta al revés está usando el concepto de número, pero también lo está construyendo: es decir, está construyendo un paso más sobre lo adquirido previamente. De esta forma, el uso es una parte importante de la construcción, y ambos procesos, la construcción y el uso, conforman un trabajo indispensable antes de poder pasar a una institucionalización.

El cuadro anterior esquematiza lo que se ha dicho y muestra las categorías de esta variable, que corresponden a las cuatro flechas: construcción, institucionalización, aplicación y uso. El esquema debe entenderse como un proceso dinámico y reiterativo: un mismo concepto puede tener, por ejemplo, una secuencia como la siguiente: construcción – uso – construcción – uso – construcción – institucionalización – aplicación – uso – construcción – etc.

Vale la pena señalar que, cuando en una unidad de análisis ocurren simultáneamente varios procesos de conceptualización con respecto al tema principal abordado en ella, se optó por marcar la categoría más representativa de la lección o ficha.

### **3.4.6. Léxico**

Esta variable fue diseñada para detectar las palabras y expresiones usuales en matemáticas que el niño aprende en el transcurso de la educación primaria.

---

<sup>8</sup> Un ejemplo de aplicación podría ser el siguiente: una vez que se ha institucionalizado la fórmula para calcular el área de un rectángulo como base por altura, si se requiere calcular el área de un triángulo rectángulo, se haría una aplicación al observar que el triángulo es la mitad de un rectángulo, lo que podría llevar a su vez a una institucionalización de la fórmula del área del triángulo. Este proceso podría ser independiente de un paso por el uso del conocimiento acerca del área del triángulo.

De acuerdo con el diccionario de la Real academia,<sup>9</sup> léxico es el “vocabulario, conjunto de las palabras de un idioma o de las que pertenecen al uso de una región, a una actividad determinada, a un campo semántico dado, etc.”, mientras que campo semántico es el “sector del vocabulario que comprende términos ligados entre sí por referirse a un mismo orden de realidades o ideas: por ejemplo, los nombres de las partes del cuerpo, los de parentesco, los de vicios y virtudes, la terminología de la vida intelectual o afectiva, etc.”

En este sentido, el vocabulario de las matemáticas forma un campo semántico, y dentro de él podemos distinguir otros campos semánticos, como el que manejan los matemáticos especializados en alguna rama, el que aprenden los niños en la escuela primaria, el que manejan los docentes, etc.

Cabe anotar que aquí consideramos como parte del vocabulario no sólo los términos (palabras) del campo semántico, sino también algunas expresiones características y la notación y simbología específicas del quehacer matemático.

Para la recopilación de la información correspondiente a esta variable se hizo un seguimiento, en los libros del niño, de los términos, expresiones y simbologías utilizados en ellos. Por la naturaleza misma de la variable, no se definieron aquí categorías previas, sino que se recopilaron los elementos de léxico de los libros del niño. Éstos fueron después clasificados temáticamente para su análisis.

#### **3.4.7. Seguimientos y cruces entre variables**

Como se ha mencionado, las primeras cinco variables del listado anterior fueron registradas para cada lección de los seis libros de texto y para cada ficha de los primeros dos ficheros de actividades, y sus resultados fueron capturados en una base de datos computacional. Además, fueron capturados en una base de datos similar los seis

---

<sup>9</sup> Real academia española (1992). *Diccionario de la lengua española*. 21ª edición, Madrid.

programas de matemáticas de la escuela primaria. Todo ello permitió realizar análisis transversales y longitudinales de diversas índoles, así como hacer ciertos cruces entre variables que se comentan enseguida:

- Contenidos a través de la primaria. Se hizo un seguimiento de las unidades de análisis con el fin de hacer un corte longitudinal de la propuesta de enseñanza por eje temático, a lo largo de la primaria. En el primer eje se revisaron tanto los distintos tipos de números como las operaciones. En el segundo se revisaron las distintas características sujetas a medición. En el eje de geometría se revisaron los aspectos de la geometría en el espacio y los de la geometría plana. En tratamiento de la información se revisó por un lado el aspecto estadístico y por otro la obtención y análisis de la información y la resolución de problemas. En procesos de cambio se analizó en particular los temas de porcentajes y variación proporcional, por la importancia que revisten. En el último eje se revisaron los conceptos de azar y de probabilidad.
- Habilidades a través de la primaria. De manera similar a los contenidos anteriores, se hizo un seguimiento longitudinal de las habilidades puestas en juego en las unidades de análisis a lo largo de la primaria.
- Contenidos específicos a lo largo de la primaria. Se hizo un seguimiento de los contenidos relacionados con la resolución de problemas, por una parte, y con el uso de instrumentos (en particular la calculadora), por otra, por representar aspectos novedosos de los programas actuales.
- Contenidos específicos y énfasis a lo largo de la primaria. Este cruce permitió ver con detalle algunas características del modo en que son abordados los problemas en las lecciones de los libros de texto y en las fichas de los ficheros de actividades. También permitió hacer un seguimiento del análisis de la información que éstas proponen.
- Tema y conceptualización a lo largo de la primaria. Este cruce permitió ver, para cada grupo de temas, las conceptualizaciones por las que pasa a lo largo de la primaria, de manera muy general.



### **3.5. METODOLOGÍA DEL ANÁLISIS GLOBAL DE TODOS LOS MATERIALES**

Como se mencionó previamente, amén del análisis detallado de los seis libros de texto y de los dos primeros ficheros de actividades, la totalidad de los materiales fue revisada para efectuar un análisis global de carácter más cualitativo.

Este análisis tuvo varias finalidades. Por una parte, se buscó recopilar las expresiones acerca de los propósitos generales y particulares de la enseñanza de las matemáticas en la primaria, así como acerca del enfoque de enseñanza que se propone actualmente. Por otra parte, se buscaron aspectos importantes como la congruencia dentro de cada grado y entre grados.

Para este análisis se hizo una lectura guiada y cuidadosa de las siguientes partes, en especial:

- La presentación e introducción del libro “Plan y programas de estudio 1993”
- La introducción a los programas de matemáticas del mismo libro, que aparece con el título de “Enfoque”
- Los programas de las demás materias, que aparecen en el mismo libro
- Los seis libros para el maestro
- La presentación de los seis avances programáticos
- Los propósitos por bloque de la parte de matemáticas de los seis avances programáticos
- La presentación de los seis libros de texto
- La presentación y el capítulo inicial (“Cómo utilizar el fichero”) de los seis ficheros de actividades
- Las lecciones de los seis libros de texto
- Las fichas de los seis ficheros de actividades

Como guía de lectura se consideró la siguiente lista de preguntas:

9. ¿Cuáles son los propósitos explícitos e implícitos? Dispersas en los diversos materiales se encuentran indicaciones explícitas acerca de los propósitos que persigue la enseñanza de las matemáticas, tanto a nivel general como específicamente por grado y/o por eje temático. Asimismo, hay otras indicaciones que se pueden considerar como propósitos implícitos.
10. ¿Qué idea subyace acerca de las matemáticas? Esta pregunta se refiere a tres aspectos. Por una parte, interesa conocer la idea que tienen los autores de los diversos materiales acerca del quehacer matemático: en qué consiste la actividad matemática. Por otra parte, interesa conocer qué entienden por saber matemáticas, es decir, la meta del aprendizaje. Por otra parte, interesa conocer también qué entienden por aprender matemáticas, es decir, el proceso del aprendizaje referido específicamente a las matemáticas.
11. ¿Qué papel tienen en la enseñanza los problemas y ejercicios? Entre las actividades con las que se enfrenta al niño puede haber ejercicios y problemas de distinto grado de dificultad, y con distintas finalidades. Si bien los ejercicios de consolidación son útiles y necesarios, los problemas adquieren un papel fundamental en el proceso de aprendizaje, no sólo como posibilidad de aplicación de lo ya aprendido sino como generador de ese mismo proceso. Aquí importa aclarar lo que entendemos nosotras por problema: un problema es una situación que conflictúa al estudiante al plantearle un reto desconocido hasta ese momento. Para que un problema sea tal debe representar un obstáculo salvable por parte del niño, es decir su nivel de dificultad lo debe hacer desafiante pero dentro de los límites que marcan en cada momento las posibilidades del alumno de actuar sobre él. Bajo esta perspectiva es claro que una actividad que puede ser un problema para un niño de cuarto grado, en general no lo será para uno de segundo ni para uno de sexto, en el primer caso porque el nivel de dificultad demasiado alto inmovilizaría al niño, en el segundo porque por no presentar ningún desafío dejaría de ser problema: en ambos casos el nivel de dificultad por exceso o por defecto haría que el problema dejara de serlo. La dificultad de un problema radica fundamentalmente en la obtención y discriminación de la información útil, en la búsqueda de estrategias o procedimientos, y en la interpretación de los resultados obtenidos. Por otra parte, entendemos como situación problemática a una

situación que contiene cierta información y es generadora de preguntas y problemas. Una buena situación problemática debe permitir el planteamiento de cuestionamientos variados, ya sea por parte de los autores, el maestro o los niños, y debe también resultar útil para el desarrollo del o de los contenidos y habilidades que se involucran. En diversos materiales se señala que la propuesta educativa actual en el nivel de primaria prioriza la enseñanza a través de problemas, importa, pues saber si efectivamente las situaciones problemáticas y los problemas son el centro de la construcción de los conceptos y conocimientos matemáticos. Otras preguntas relacionadas con ésta son las siguientes: ¿Se plantean problemas de diverso estilo (en cuanto a contextos, a redacción y presentación, a nivel de dificultad, a contenidos y tipos de actividad que deben realizar los niños, a contextos diferentes para el mismo tipo de actividad, etc.)? ¿Los problemas son realmente problemas, i.e., que conflictúan? ¿Se explotan? ¿Hay ejercicios? ¿Cómo se usan? ¿Hay problemas sin solución y problemas con más de una solución?

12. ¿Se considera el aprendizaje como lineal? Un proceso de construcción de conocimientos no es necesariamente lineal, en el sentido de que los conceptos no se adquieren de una buena vez por todas. Es necesario regresar a tener nuevas experiencias, adquirir o construir nuevos significantes para un mismo concepto y acrecentar así su significado; esto equivale, en los términos de Puig, a acrecentar el campo semántico personal del concepto. Así, cuando la conceptualización (en el sentido en que la hemos definido anteriormente) pasa de la construcción a la institucionalización, eso no implica que no se deba reforzar nuevamente la construcción, ya sea mediante el uso del conocimiento, ya sea mediante nuevas actividades de índole constructiva hacia ese mismo concepto o hacia nuevos conceptos relacionados con él. Importa, pues, conocer si estos procesos ocurren en la actual propuesta educativa.
13. ¿Qué planteamientos se hacen acerca de los seis ejes temáticos? Aquí importa saber si estos planteamientos son congruentes en los distintos materiales que abordan el asunto, y también si hay una congruencia entre los seis ejes, en cuanto a graduación y peso relativo.

14. ¿La propuesta es congruente? Es decir, ¿hay una congruencia global del paquete de materiales por grado, entre grados y entre ciclos? Aquí importa comparar los ritmos y el énfasis otorgado a distintos aspectos, analizar los desarrollos y secuencias de los distintos contenidos, y observar si lo construido en un grado se explota en los siguientes y si en cada grado se va iniciando la construcción necesaria para el desarrollo en el trabajo de los subsecuentes.
15. ¿Se promueve una conexión con la realidad y con otras disciplinas? Llama la atención que en todos los planes de estudio de la educación primaria en México, matemáticas se ha manejado como una asignatura aislada de las otras. Esto nos lleva a preguntarnos si esta propuesta plantea una variación al respecto.
16. ¿Cómo se justifica el cambio de programas de 1993? ¿Cuáles son las causas? ¿Hay un diagnóstico? ¿Qué se le informa a los usuarios, en particular a los maestros y a los padres de familia?

A partir de la lectura emprendida con esta guía se elaboraron notas que volvieron a ser cotejadas con los materiales consultados. De este proceso surgió una parte del análisis que se presenta en el capítulo siguiente.

## **CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS**

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos en la investigación. Como se mencionó en el capítulo anterior, para llegar a algunos de estos resultados se utilizó la base de datos computarizada para hacer seguimientos y cruces de variables, mientras que otros fueron obtenidos mediante un análisis global de los materiales estudiados.

El capítulo consta de ocho secciones, que se describen en seguida.

La primera sección describe los propósitos enunciados en los documentos estudiados, y propone una clasificación de las metas planteadas para cada eje temático.

La segunda sección establece con bastante detalle la historia, a lo largo de la primaria, de la presentación de los diversos contenidos. Al estar estructurada por eje temático y por grado, permite hacer un seguimiento del proceso de construcción de cada línea de contenidos. Se plantean observaciones generales, donde se exponen, a juicio de las autoras, los aciertos y algunos errores en la presentación de contenidos y la estructuración de las diversas líneas. Se presentan también gráficas que ilustran el peso relativo de los contenidos de cada eje en cada grado.

La tercera sección hace un análisis específico del uso de contenidos en la resolución de problemas y del uso de instrumentos (de medición, de geometría y la calculadora), que pretende permitir ver en qué medida estos aspectos, novedosos en el caso de la calculadora, están realmente presentes en ella y contribuyen a configurarla.

La cuarta sección se aboca al análisis del desarrollo de las conceptualizaciones correspondientes a los diversos temas registrados. Con ella se pretende ver en qué medida la actual propuesta realmente hace un tratamiento de construcción conceptual en los diferentes temas.

La quinta sección estudia las habilidades puestas en juego por las actividades de las lecciones y fichas, así como la importancia relativa que cada una de ellas reviste en cada grado.

La sexta sección plantea, como la segunda, una historia de las adquisiciones que logra el niño a lo largo de la primaria, pero ahora desde el punto de vista del léxico matemático que el niño va incorporando a su lenguaje.

La séptima sección presenta el enfoque de enseñanza propuesto por los materiales, que es característico de la actual propuesta. En un primer apartado reseña los lineamientos generales del enfoque y en el siguiente los que corresponden a cada eje; a modo de ejemplo, presenta también una historia de la construcción de algunas líneas, desde el punto de vista del enfoque didáctico. Cabe resaltar que el enfoque, como los propósitos presentados en la primera sección, está expresado en los distintos materiales del paquete, por lo que los resultados aquí presentados fueron entresacados de diversos documentos.

La octava sección se consagra a un análisis de la congruencia que mantienen los distintos materiales, tanto dentro de cada grado (en particular, los distintos documentos que conforman el paquete de cada uno) como entre grados y ciclos.

De esta forma, las nueve visiones sobre un mismo objeto que aquí presentamos pueden dar una idea de lo que se pretende que ocurra con la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria.

## **4.1. PROPÓSITOS**

En esta sección se describirán los propósitos de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de primaria, según los documentos consultados. Los documentos que más información contienen al respecto son el plan y programas (PP), los libros para el maestro (LM) y los avances programáticos (AP). Se presentarán en primer lugar los propósitos generales y posteriormente los propósitos desglosados por eje temático.

En el documento “Plan y programas de estudio 1993” para primaria se enuncian los propósitos generales y finalidades de este nivel educativo en México. En el marco de esos principios, se establecen las metas y logros deseables para la asignatura de matemáticas.

Se reconoce la vigencia de las aspiraciones que históricamente generaron la defensa de la educación primaria como derecho fundamental de todos los mexicanos y la realidad actual que muestra, junto con los grandes logros respecto a la cobertura, ciertas carencias en cuanto a la calidad de la educación.

Al pretender que la educación primaria aporte realmente elementos que permitan por una parte el mejoramiento de las condiciones de vida de los sujetos, y por otra el progreso de la sociedad, se reconoce que la escuela debe proporcionar una preparación más sólida que posibilite que los individuos adquieran y apliquen nuevos conocimientos tanto en estudios posteriores como en las actividades laborales que deban enfrentar.

Lo anterior implica establecer, junto con una serie de contenidos básicos cuyo estudio debe afrontarse en el nivel educativo en cuestión, lineamientos didácticos orientados hacia el desarrollo de habilidades intelectuales por parte de los educandos, y abordar el análisis de la información no sólo como contenido específico, sino como línea metodológica que permea el desarrollo de los distintos temas.

En este contexto se plantea, como propósito general relacionado con el aprendizaje de las matemáticas, que :

“Los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollar:

La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.

La capacidad de anticipar y verificar resultados.

La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.

La imaginación espacial.

La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.

La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.

El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

En resumen, para elevar la calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés”. (PP)

La redacción de estos propósitos alude al desarrollo de capacidades y habilidades consideradas necesarias para usar los conocimientos adquiridos o para avanzar hacia otros niveles de conocimiento, en la línea de contenidos matemáticos.

Si se analizan estos propósitos conjuntamente con la lista de contenidos establecidos, puede afirmarse que las metas propuestas son altas e implican bastante más que el aprendizaje mecanicista de una serie de definiciones, algoritmos y fórmulas; implican conocer el significado de los objetos matemáticos, comprender sus relaciones, y saber cómo aplicar las operaciones, para qué y cuándo.



Los propósitos anteriores definen lo que se pretende alcanzar en el transcurso de los seis años de educación primaria; para llegar allí, se han graduado los contenidos y se han definido metas intermedias que deberán marcar el rumbo del trabajo año tras año.

Como ya se ha mencionado, el plan curricular actual presenta los contenidos articulados alrededor de seis ejes, por lo que los propósitos anuales deben considerar cada uno de ellos. Casi todas las metas a corto plazo son absorbidas por las de los años siguientes, ya que crecen como círculos concéntricos a medida que se amplía el rango de conocimientos, y el alumno avanza hacia mayores niveles de abstracción.

Si bien no hay una lista de propósitos por eje, éstos pueden identificarse con facilidad entre los propósitos generales para cada grado que se presentan en el correspondiente libro para el maestro y en los propósitos por bloque que se mencionan en los avances programáticos; la mayoría de esos propósitos se expresan en función del desarrollo de capacidades, habilidades y destrezas, de modo acorde con lo establecido en plan y programas.

Por lo señalado anteriormente, puede considerarse que los propósitos establecidos para cada eje en sexto grado son en general, indicadores de los logros que se pretenden alcanzar en el transcurso de este nivel educativo.

El análisis de las metas propuestas llevó a una clasificación de éstas en cuatro categorías, en función de los aspectos que enfatizan:

- operatividad,
- aplicación,
- comprensión, y
- desarrollo del pensamiento abstracto.

Es necesario aclarar que esta clasificación no significa que el trabajo orientado hacia el logro de propósitos de una categoría se ordene en forma independiente del trabajo ha-

hacia otras o que las distintas finalidades se persigan en algún orden cronológico. Los caminos que conducen a estas metas se entrecruzan continuamente en el recorrido y los logros en cualquier dirección favorecen logros en las demás.

A continuación se pretende caracterizar estos propósitos por ejes, usando las categorías anteriores y considerando la información extraída de los libros para el maestro y de los avances programáticos.

### **Eje 1: Los números, sus relaciones y sus operaciones**

Este eje se comienza a trabajar desde primer grado y tiene como meta lograr que los alumnos comprendan el significado de los números y de la simbología asociada a éstos, y que puedan utilizarlos junto con las operaciones, en la solución de problemas diversos. Se señala en el libro del maestro de sexto grado que “el objetivo central de este eje es lograr que los niños manejen significativamente los números naturales, los decimales y las fracciones “ (LM6).

Además de este objetivo considerado central para este eje, en el libro para el maestro y en el avance programático se presentan listas de propósitos para el grado y para cada bloque que, como ya se dijo, están redactados en términos de desarrollo de habilidades, capacidades y destrezas. Al ubicar los propósitos en las categorías establecidas, se encuentran los siguientes

- Operatividad. Se pretende que el alumno adquiera destreza en el uso de algoritmos, el desarrollo de estrategias de cálculo mental y el uso de calculadora, y que pueda hacer estimaciones, anticipar y verificar resultados.
- Aplicación. El niño debe poder llegar al planteamiento y resolución de problemas; estas metas entrecruzan elementos con los de tratamiento de la información.

- Comprensión. Algunas metas aluden claramente a la comprensión del significado de los números, de su escritura y lectura y de las relaciones que pueden establecerse entre ellos; en particular se hace referencia a la comprensión de fracciones en distintos contextos y con diversos significados: medición, reparto, razón y cociente.
- Desarrollo del pensamiento abstracto. En este punto se hace referencia particularmente a la sistematización y generalización de procesos y estrategias.

## **Eje 2: Medición**

Esta línea de trabajo también inicia en primer grado y se desarrolla a lo largo de toda la primaria; su finalidad principal es lograr que los alumnos comprendan y puedan usar los conceptos y contenidos ligados a la medición. En el libro del maestro de sexto grado se señala:

“El objetivo de este eje es que los alumnos realicen mediciones y estimaciones, desarrollen destrezas en el uso de instrumentos de medición y resuelvan problemas que involucren diferentes magnitudes, utilizando las unidades convencionales de medida” (LM6).

Si se hace un seguimiento de las metas correspondientes a este eje a lo largo de la primaria y se aplica la clasificación mencionada, la agrupación de metas queda expresada del siguiente modo:

- Operatividad. El educando debe poder usar unidades convencionales de medida e instrumentos de medición y fórmulas; debe conocer el sistema métrico decimal y otros sistemas de medida, y debe tener la posibilidad de hacer estimaciones y verificaciones.
- Aplicación. Los propósitos de aplicación se refieren fundamentalmente al planteamiento y resolución de problemas. Estos propósitos no sólo están relacionados con elementos del eje de tratamiento de la información, sino también con elementos de geometría.

- Comprensión. Se alude claramente a la asignación de significado de conceptos relacionados con las magnitudes y los procesos de medición, así como de las relaciones entre distintas magnitudes y entre unidades de medida.
- Desarrollo del pensamiento abstracto. El alumno debe poder llegar a la sistematización y generalización de procesos y estrategias.

### **Eje 3: Geometría**

Los contenidos y el desarrollo de habilidades y destrezas propios de geometría están presentes en los programas de todos los grados de primaria. En los distintos documentos se menciona la intención que guió la elección de contenidos y situaciones planteadas, así como la finalidad de esta línea de trabajo.

En relación a los propósitos para este eje, cabe mencionar que hay actividades que parecen encaminadas a propósitos distintos de los explícitos; estas actividades hacen referencia a temas de geometría centrados en transformaciones rígidas. Sin embargo estas metas nunca se hacen explícitas y de hecho su línea de trabajo se corta a partir de cuarto grado. Esto se verá más claramente en la siguiente sección.

Las expectativas respecto al eje de geometría se plasman en plan y programas del siguiente modo: “A lo largo de la primaria, se presentan contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación con su entorno. Asimismo se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas. A través de la formalización paulatina de las relaciones que el niño percibe y de su representación en el plano, se pretende que estructure y enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas” (PP).

En el libro del maestro de sexto grado se plantea como meta para alcanzar durante ese grado que los alumnos logren “Desarrollar habilidades para clasificar, comparar y rela-

cionar figuras geométricas, de acuerdo con la simetría, el paralelismo, la perpendicularidad y los ángulos, así como destrezas para la construcción de algunos cuerpos geométricos, utilizando instrumentos como la escuadra, la regla, el transportador y el compás” (LM6)

De acuerdo a la forma de clasificación planteada, el seguimiento de los propósitos por grado permite ubicar las siguientes metas en relación al tercer eje:

- Operatividad. Son de operatividad todas las metas que hacen referencia a trazos, a la identificación y construcción de cuerpos y figuras, al uso de instrumentos de geometría y a la lectura y escritura de referencias en el plano cartesiano.
- Aplicación. Se pretende que en este eje los alumnos también puedan plantear y resolver problemas. Estos propósitos están relacionados con elementos de los ejes de tratamiento de la información, medición y procesos de cambio (en la construcción de figuras a escala).
- Comprensión. Algunas metas aluden claramente a la asignación de significado de objetos geométricos y sus relaciones. También hay metas relacionadas con el desarrollo de la ubicación e imaginación espacial.
- Desarrollo del pensamiento abstracto. En este punto pueden ubicarse principalmente el uso de analogías y generalizaciones propias de la clasificación.

#### **Eje 4: Tratamiento de la información**

El trabajo sobre este eje temático comienza en primer grado y se prolonga durante toda la primaria. Al analizar este eje deben considerarse sus dos vertientes, por un lado todo aquello que tiene relación con el análisis de información asociada a la resolución de problemas y por otro lado los aspectos relativos al tratamiento de la información desde una perspectiva vinculada a técnicas estadísticas.

La primera de estas vertientes debe asumirse más como una línea metodológica que permea todo el trabajo escolar, que como una serie de contenidos a abordar. El énfasis en estos aspectos deriva directamente de la propuesta de aprendizaje a través de la resolución de problemas, por lo que las metas a lograr en esta línea, quedan inmersas en los distintos propósitos relacionados con la solución de problemas que se establecen para los distintos ejes. La segunda vertiente de este eje temático, si bien tiene fuerte relación con la anterior, implica el conocimiento de una serie de técnicas cuyo aprendizaje deberá necesariamente abordarse en la escuela; es en estos aspectos donde hacen hincapié los propósitos enunciados para tratamiento de la información.

En el documento Plan y programas de estudio se justifica la inclusión de esta línea de trabajo y se describe globalmente su finalidad. Al respecto se menciona la necesidad de enfrentar al alumno a situaciones que promuevan el análisis y selección de la información disponible en distintas fuentes, para propiciar de este modo el desarrollo de la capacidad para resolver problemas. Por otro lado, se alude al creciente uso de formas estadísticas en la transmisión de información y la necesidad de contar por parte del sujeto con los elementos que le permitan tener acceso a ella. De aquí se deriva la necesidad de que los alumnos de primaria inicien tempranamente el análisis de información estadística sencilla, presentada de formas distintas y de distintas fuentes.

En el libro del maestro de sexto grado se enuncia el siguiente propósito relacionado con esta línea de trabajo que, como ya se dijo, está directamente ligado a contenidos estadísticos.

“El propósito de este eje es que los alumnos recolecten, organicen en tablas, representen gráficamente y analicen la información de diversas fuentes. La información obtenida de esta manera puede servir para estudiar contenidos de otros ejes.” (LM6)

En el mismo libro, al plantear ejemplos de tratamiento de información, se propone que los alumnos trabajen con datos obtenidos de distintas fuentes y datos recolectados por

ellos a través de encuestas y que usen esa información para la resolución de problemas. “El propósito de estos problemas es que los alumnos obtengan la información necesaria, la organicen y a partir de ella resuelvan las situaciones que se presentan en la realidad”. (LM6).

Al clasificar los propósitos de esta línea en las categorías que se han establecido, quedan distribuidos de la siguiente manera:

- Operatividad. El niño debe poder hacer y leer tablas y gráficas así como realizar los cálculos necesarios para la obtención de medidas de tendencia central.
- Aplicación. Los propósitos que aquí se consideran se refieren fundamentalmente a la aplicación de las técnicas de recolección, y de organización e interpretación de la información, para el planteamiento y resolución de problemas referentes a distintos fenómenos.
- Comprensión. La lectura de tablas y gráficas, así como las interpretaciones de tendencias, aluden claramente a procesos de comprensión.
- Desarrollo del pensamiento abstracto. En este punto pueden ubicarse la sistematización y generalización de procesos y estrategias.

### **Eje 5: Procesos de cambio**

A diferencia de los cuatro ejes anteriores éste no se considera formalmente en los primeros grados de primaria: se introduce en cuarto grado, y se profundiza en quinto y sexto.

Según se describe en el documento Plan y programas de estudio, el trabajo con los contenidos temáticos de esta línea permitirá al sujeto comprender las nociones de proporción y razón involucrados en distintos temas de matemáticas, a la vez que le propor-

cionará elementos para solucionar muchos problemas que se presentan en la vida cotidiana.

A continuación se caracterizan los propósitos de este eje, a partir de la información obtenida en el avance programático de sexto grado.

- Operatividad. Algunas metas hacen referencia a la construcción y lectura de tablas y gráficas de proporcionalidad directa, así como al uso de las propiedades tanto para identificar este tipo de proporcionalidad como para hacer los cálculos necesarios.

- Aplicación. El alumno debe poder plantear y resolver problemas de variación proporcional y no proporcional.

- Comprensión. En los contenidos relacionados con proporcionalidad intervienen distintos elementos cuya comprensión no es trivial y aquí se mencionan como meta de trabajo aquellas actividades encaminadas a dar significado a los elementos intervinientes; en particular se mencionan las nociones de razón y proporción.

- Desarrollo del pensamiento abstracto. En este punto puede ubicarse el análisis de situaciones de variación que lleva a la caracterización de la proporcionalidad directa al señalar diferencias y generalizar propiedades.

## **Eje 6: Predicción y azar**

Éste es el último eje temático y se comienza a trabajar en él a partir de tercer grado, con la finalidad de que los niños desarrollen gradualmente las nociones de azar, de lo que es probable y no probable, y que lleguen a comparar cualitativamente los resultados posibles de dos eventos. En el libro del maestro de sexto grado, se menciona el siguiente propósito para este eje:



“Interpretar algunos fenómenos relacionados con el azar: entender y utilizar adecuadamente los términos que se relacionan con la predicción de algún evento o fenómeno a partir de la elaboración de tablas, gráficas o diagramas de árbol”. (LM6)

El seguimiento de los propósitos de este eje por grados y del desarrollo de esta línea en los libros del niño, permite observar diferencias con respecto al alcance de sus metas en relación con las de los otros ejes. Esto lleva a considerar la inconveniencia de tratar de agrupar las metas en las categorías establecidas.

Se reconoce la dificultad intrínseca de los contenidos relacionados con probabilidad y el trabajo sobre esos contenidos en primaria se centra fundamentalmente en el reconocimiento de fenómenos aleatorios y de ciertas características de resultados asociados a experimentos aleatorios; se busca llegar a la cuantificación de resultados posibles en casos sencillos y a una valoración cualitativa (más probable, menos probable) de probabilidades.

## **4.2 SEGUIMIENTO DE CONTENIDOS**

Esta sección está dedicada a establecer la historia, a lo largo de la primaria, de cómo son presentados los contenidos temáticos en los libros de texto gratuitos y, en el caso de los primeros dos grados, en los ficheros de actividades. La sección está organizada por ejes, salvo en el caso del primer eje, donde se presentan por separado los contenidos correspondientes a los números y sus relaciones y los correspondientes a las operaciones, y en el caso del cuarto, donde se presentan por separado el tratamiento estadístico de la información y el tratamiento de la información relacionado con la resolución de problemas. Después del (o de los) apartado(s) destinado(s) a cada eje se presenta uno más con observaciones generales acerca del tratamiento de los contenidos del eje y con gráficas que muestran el peso relativo que esos contenidos adquieren en los diferentes grados.

### **4.2.1 Los números y sus relaciones**

La línea de aritmética, que actualmente en la educación primaria se denomina *los números, sus relaciones y sus operaciones*, inicia en primer grado con actividades que no presuponen ningún conocimiento institucionalizado de los números por parte de los niños. Las primeras actividades proponen la comparación de colecciones con diferentes estrategias, otras están encaminadas a diferenciar colecciones mediante vocablos como *muchos* o *pocos*. Estas actividades se intercalan con otras en las que se realizan conteos y el aprendizaje de la numeración hablada, así como ordenamientos. Se trabaja mucho el conteo, avanzando poco a poco y aumentando la cardinalidad de las colecciones. También se trabaja con series de dos en dos y de diez en diez, entre estas actividades hay problemas de reparto posiblemente como antecedente a la división y a las fracciones. En ocasiones se usa el conteo en orden inverso, y en general en todo el trabajo relacionado con este eje se percibe un énfasis en las nociones de antecesor y sucesor.

Dentro de este mismo eje se encuentran en primer grado muchas actividades que preparan el camino hacia la institucionalización del sistema decimal, como aquéllas en las que se usan los sistemas figurativos. Para introducir el cero se recurre al conteo regre-

sivo y posteriormente se le relaciona con el conteo de algo inexistente. Finalmente, se le utilizará en las expresiones decimales. Este trabajo culmina con una tabla de números del 0 al 99 con la que se realizan muchas actividades sobre el orden, el uso del cero y el valor posicional; en este mismo sentido está el uso del contador hasta 99.

En segundo grado hay un trabajo fuerte con los agrupamientos que ya llegan hasta las centenas y que se aplican, por ejemplo, para comparar colecciones. En este grado los números adquieren un carácter de herramienta para resolver problemas, incluso algunos con sumas y restas cuya solución requiere de usar los agrupamientos. Los sistemas figurativos aparecen en un proceso de abstracción creciente.

Hay en segundo grado poco conteo de 1 en 1, pero bastantes series de  $k$  en  $k$  con  $k$  desde 2 hasta 5; algunas de estas actividades proponen el uso de la calculadora que, por otro lado, no se usa para operar. Muchas de las actividades son juegos para que los niños reflexionen acerca de las características y propiedades de los números, como “adivina el número que pensé”. Existen algunas lecciones en las que se pide que ordenen de mayor a menor y de menor a mayor. Se siguen trabajando las ideas de antecesor y sucesor a través de problemas. Como en el primer grado, se siguen presentando situaciones de reparto y agrupamientos como antecedentes de la división y las fracciones. De números ordinales hay una sola lección cuya importancia radica en que se induce a los niños a reflexionar acerca de la relatividad del ordenamiento, porque cuentan al derecho y al revés.

En tercero hay un énfasis en el valor posicional, que llega hasta los millares. Hay conteo con agrupamientos en decenas, centenas y millares y algunos ejercicios de completar series. Las situaciones de agrupamientos y desagrupamientos son muchas pero no muy variadas, se usan casi siempre los billetes de denominaciones 1, 10, 100 y 1000 (tal vez porque en este grado ya no hay libro de material recortable sino unas cuantas páginas recortables al final del libro). Todo este trabajo es un fundamento para el valor posicional, la comparación de números de hasta cuatro cifras, la notación desarrollada y la introducción de los algoritmos de las operaciones. Los problemas relacionados con

números son fáciles comparados con los de segundo grado, tal vez porque se espera que en este nivel el niño deje de apoyarse en material concreto, aunque no se le impide que lo haga. En este grado se institucionaliza un algoritmo para comparar números de hasta cuatro cifras, contenido que ya se ha ido trabajando en grados anteriores.

De ordinales hay en tercer grado unas cuantas lecciones completamente separadas de los contextos cardinales, que llegan hasta la lectura y escritura de trigésimo segundo. Las fracciones se inician en este grado con la presentación de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{4}$  que aparecen en situaciones problemáticas relacionadas con magnitudes, especialmente área, capacidad y peso; muchas de estas actividades apuntan hacia proporcionalidad, es decir que las fracciones se presentan en el contexto de operador y en el de relación parte-todo, donde el todo es siempre continuo. Al principio se usan solamente los vocablos *medio*, *cuarto*, *tercio* y posteriormente se introducen los símbolos. En una lección se llega a trabajar con una fracción mixta escrita en forma de suma:  $1 + \frac{1}{2}$ .

En cuarto grado los naturales se usan mucho en la resolución de problemas, aparecen agrupaciones y orden pero sobre todo mucha lectura y escritura. Hay mucho trabajo con fracciones, particularmente en contextos de partición en el que el todo es continuo, por ejemplo una longitud, o discreto, por ejemplo una colección de canicas. Las fracciones que se usan son específicas: medios, cuartos, quintos, octavos, novenos, doceavos, dieciochoavos y veinteavos. Continúan apareciendo las fracciones mixtas con el signo "+". Se incluyen algunas lecciones donde se trabaja con las llamadas "fracciones decimales":  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ , etc., que se representan en la recta numérica. Los problemas en cuarto presentan mayor grado de dificultad que en tercero.

Aunque los decimales aparecen en cuarto grado, esto se hace sin haber realizado ningún trabajo previo. No se aprovechan las fracciones decimales ni se utiliza ningún otro recurso para poder llegar a una institucionalización. Tampoco en el fichero aparece ninguna actividad en este sentido: se pasa de las fracciones decimales en la recta hasta una lección similar en la que las fracciones aparecen escritas en forma decimal también

en la recta numérica, sin ningún trabajo intermedio. En el libro del maestro aparecen recomendaciones para que se trabaje con decimales pero sólo en el contexto de la recta numérica. De ahí en adelante se considera que los decimales han sido institucionalizados y pueden ser usados. Esto se hace en distintos contextos: de lectura de una balanza, de dinero, de peso en kilogramos y gramos y de uso de una cinta métrica graduada en metros y centímetros.

En quinto, el trabajo con naturales está cargado fuertemente hacia su uso; los conteos ya no son sólo en series sino que aparecen otras estrategias como los diagramas de árbol, abunda el trabajo con fracciones y con decimales hasta los milésimos. Se trabaja mucho la escritura de decimales, las aproximaciones y los redondeos. Las fracciones mixtas aparecen ya con su escritura convencional, sin el signo “+”. Los ordinales dejan de aparecer en quinto y ya no aparecen en sexto. Hay una lección completa sobre números romanos en la que se ven desde distintos contextos en los que aparecen hasta las reglas para su escritura. Los problemas en este grado son mucho más complejos que los de cuarto.

En sexto grado hay mucho trabajo con números naturales muy grandes, en muy diversos contextos. En las lecciones dedicadas a este contenido las actividades son de lecto-escritura, valor posicional, notación desarrollada, orden y representación en la recta numérica, a veces considerada como línea del tiempo. Hay algunas lecciones dedicadas a series numéricas y otras a conteo con diagramas de árbol. Aparecen también los números romanos.

Sobre fracciones hay mucho trabajo de diversa índole: lecto-escritura, representación convencional, las fracciones como resultado de un reparto y como cociente. Hay bastante trabajo acerca de la equivalencia y la simplificación de fracciones. Siguen apareciendo las fracciones mixtas y se introducen las fracciones impropias así como la equivalencia entre ambas. Hay muchos problemas en los que se trabajan todos estos aspectos de las fracciones, así como sus operaciones. Los decimales se trabajan en ocho lecciones, pero aparecen en muchas más como resultados de divisiones. Algunas lec-

ciones trabajan la equivalencia entre fracciones y decimales, hay algo de trabajo con la lecto-escritura, el orden y, una sola lección, con aproximaciones. El valor posicional se trabaja en tres lecciones, la primera sólo con naturales, la segunda sólo con la parte decimal y la tercera específicamente con el valor posicional de los números decimales.

#### **4.2.2 Operaciones**

En primer grado la suma y la resta aparecen en el contexto de trabajo de naturales y conteo. La construcción de estas operaciones se inicia con el trabajo con objetos al aplicar las acciones “quitar” y “poner” y a través de juegos, a veces se combina con orden; se llega a la institucionalización de la suma con números hasta 20. La suma siempre aparece representada en forma horizontal. Hay muchos ejercicios de descomposición de números en sumandos pequeños. La resta aparece también como operador (con flechas) y en sumas con agujero, esto es, en las que falta uno de los sumandos. Hay también operaciones con agujero en las cuales lo que falta es el signo de la operación. Los problemas son pocos y muy sencillos, en cambio hay muchas situaciones problemáticas. Hay antecedentes de la multiplicación y de la división, así como de las fracciones, ejemplo de esto son muchas situaciones de reparto con y sin sobrantes. Se inicia el trabajo encaminado a la construcción de la multiplicación, con problemas que se pueden resolver por sumas reiteradas, y con el conteo de dos en dos y de diez en diez.

En segundo grado las operaciones se manejan también como campos conceptuales: campo aditivo y campo multiplicativo. Desde las primeras lecciones se proponen problemas que involucran distintos tipos de operaciones; hay preguntas donde se nota que la suma y la resta están relacionadas. Aquí el niño puede resolver restas usando sumas. Se hace mucho énfasis desde el principio en agrupamientos. Se llega a los algoritmos de suma y resta con transformaciones. También se presentan situaciones que permiten la mecanización de las operaciones de suma y resta. Los problemas están muy relacionados con contextos de dinero y de mangos, como los dos anclajes a la realidad. Algunos problemas son antecedentes de la multiplicación y división: sumas de sumandos iguales, repartos con restas sucesivas. La misma asociación entre suma y resta aparece entre multiplicación y división. Respecto a la multiplicación sólo se llega al

uso del cuadro de multiplicaciones y a la escritura del signo  $\times$  al final del libro, aunque se han utilizado muchas situaciones en las que se usa la multiplicación, principalmente en relación con la proporcionalidad. La división no aparece formalmente, aunque sí en actividades asociadas a problemas multiplicativos. Hay varios juegos que utilizan también las cuatro operaciones y en los que se pretende lograr agilidad en cálculo mental, aunque nunca se elimina la posibilidad de usar dedos o material concreto. Como observación general se puede mencionar que hay un salto en cuanto a la dificultad de los últimos problemas de primer grado a los primeros de segundo.

En tercer grado la mayor parte de las lecciones que se dedican a operaciones tienen que ver con la suma, la cual se maneja como una herramienta para resolver problemas. Las formulaciones de los problemas, en general, hacen referencia a “totales”, ganancias o gastos totales, etc. Algunos otros relacionan la suma y la resta a través de sumas con agujero e incluso se ve la resta como el inverso de la suma. Estos problemas se resuelven con sumas fáciles, más bien se trata de mostrar las posibilidades de aplicación de la suma como una herramienta. La resta, además de aparecer relacionada con la suma, como se ha mencionado, se presenta también como una manera de representar el retroceso en la recta numérica o para resolver problemas con formulaciones del tipo “cuánto falta”. Usan los agrupamientos y los billetitos para introducir y posteriormente institucionalizar los algoritmos de la suma y de la resta con números hasta de cuatro cifras, primero sin transformaciones y luego con transformaciones.

Como en los grados anteriores, la multiplicación se inicia en tercero con sumas de sumandos iguales, pero se otorga un fuerte énfasis a los arreglos rectangulares. La intención al presentarlos es ejemplificar las propiedades conmutativa y distributiva del producto respecto a la suma, y aprovecharlas junto con la descomposición de un número al considerarlo en su forma desarrollada, para de aquí avanzar hacia el algoritmo y su institucionalización para el caso en que los dos factores tienen dos cifras. Aparecen algunas tablas de proporcionalidad, aunque se pueden completar sumando; en algunas hay que encontrar los precios para fracciones del kilo o del litro. La división aparece al principio como reparto en casos sencillos, donde puede o no haber residuo y que se apro-

vecha para presentar los resultados de divisiones como fracciones, hay problemas en los que es necesario hacer estimaciones y aproximaciones. Se ve la división como inversa de la multiplicación (número perdido) y después con los billetitos se avanza hacia el algoritmo usando desagrupamientos, se resuelven algunas con dividendo de dos cifras y divisor de una cifra y se escriben usando la "casita".

En cuarto la suma y la resta de naturales se realizan con números de hasta cinco cifras. Casi todas las lecciones dedicadas a la suma son para que se use en la resolución de problemas. Las formulaciones de los problemas son de muchas clases: por ejemplo, descomposición de sumandos, partir un rectángulo en rectángulos más chicos o repartir un billete en billetes de menor denominación. Hay también sumas con agujero y problemas de estimación. Las restas se usan en la resolución de problemas, aparecen restas con agujero y estimaciones. Tanto en suma como en resta hay muchos ejercicios de llenar cuadrados mágicos. La multiplicación aparece en la mayor parte de los casos en tablas de variación proporcional y en arreglos rectangulares. También para la división los problemas planteados están relacionados con la proporcionalidad (repartos) y algunas aproximaciones. Se institucionaliza la "casita" con divisores de dos cifras.

En el caso de las fracciones generalmente aparecen en cuarto grado sumas con igual denominador (salvo una lección en la cual los sumandos tienen distintos denominadores, pero uno siempre es el doble del otro), además hay lecciones con fracciones cuyos denominadores son potencias de 10. Las restas se usan con fracciones similares a las anteriores. Las multiplicaciones de fracciones aparecen en tablas de variación proporcional y son de fracciones por naturales. La suma y la resta de decimales, como en el caso de los números decimales, aparecen de pronto. No hay trabajo previo, ni se ven los algoritmos, sin embargo, tanto la suma como la resta se usan para resolver problemas en muchas actividades en distintos contextos. La suma de naturales y decimales se escribe tanto horizontal como verticalmente, la resta de naturales también, la resta de decimales sólo verticalmente. Se plantean algunos problemas cuya resolución requiere multiplicar un decimal por un natural pero que se puede ver como una suma reiterada; algo análogo sucede con la división de decimales entre naturales.



En quinto hay pocas sumas de naturales, los sumandos llegan casi al millón. Hay ejercicios de cuadrados mágicos y aparecen sumas horizontales con muchos sumandos; no hay lecciones dedicadas a la resta de naturales. Hay varias lecciones en las que se requiere efectuar multiplicaciones pero más bien apuntan a la construcción de la variación proporcional; se usan al hacer transformaciones de horas a minutos y segundos, y se propone usar la calculadora (en el programa es la primera vez que aparece la calculadora). Aparecen todas las operaciones de naturales con agujeros, del número completo o donde faltan dígitos, incluso en la división. En algunas lecciones se trabaja con todas las operaciones. Hay algunos ejercicios complejos de cuadrados mágicos y “telarañas”, tanto para naturales como para decimales o fracciones. En esto se nota un gran salto en el grado de dificultad entre los problemas de cuarto y los de quinto.

En fracciones, las sumas que se requiere calcular en quinto grado son de sumandos que tienen el mismo denominador; la única resta de fracciones con números de distinto denominador es  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ . También se trabajan sumas con agujeros en contextos de dinero. Las sumas y restas de decimales se presentan tanto en forma horizontal como vertical. La multiplicación y la división de decimales con decimales se usan en juegos o en ejercicios de mecanizaciones, se les pide resolverlas y verificarlas con la calculadora. Las multiplicaciones son de decimales por decimales, y las divisiones de decimales entre naturales. Sin embargo no se aclara cómo efectuar estas operaciones; tampoco en el caso de divisiones de naturales entre naturales con cociente con decimales. En esas lecciones aparece la consigna "analicen y discutan en clase cómo se realizaron la división y la multiplicación con números decimales".

En sexto, las cuatro operaciones con naturales aparecen al momento de resolver problemas, en alguna lección se hace un repaso de los algoritmos y se completa la actividad proponiendo problemas en los que aparecen estas operaciones con agujeros en diferentes dígitos. Hay dos lecciones dedicadas a múltiplos, en una se presentan los múltiplos y el mínimo común múltiplo y la otra es de problemas relacionados; algo análogo sucede con los divisores y el máximo común divisor. Hay dos lecciones en las que aparece la potenciación.

En contraste con las operaciones con naturales, que aparecen en el contexto de resolución de problemas, la suma y la resta de fracciones comunes y mixtas aparecen siempre como mecanizaciones desligadas de problema alguno. La multiplicación de una fracción por un natural aparece dos veces, en problemas. Las operaciones con decimales están muy mal representadas: sólo en una lección aparece la suma, en tres la resta, en seis la multiplicación (pero sólo en una de ellas los dos factores tienen cifras decimales) y en dos la división de decimales entre naturales. En nueve lecciones de treinta y cinco aparecen problemas en los que hay que usar varias operaciones con naturales, de este mismo tipo hay una con fracciones y cuatro con decimales. La calculadora se usa en sexto grado, tanto con naturales como con decimales. Hay una lección en la que se hace al niño reflexionar acerca de la paridad con relación a sumas y productos de pares e impares.

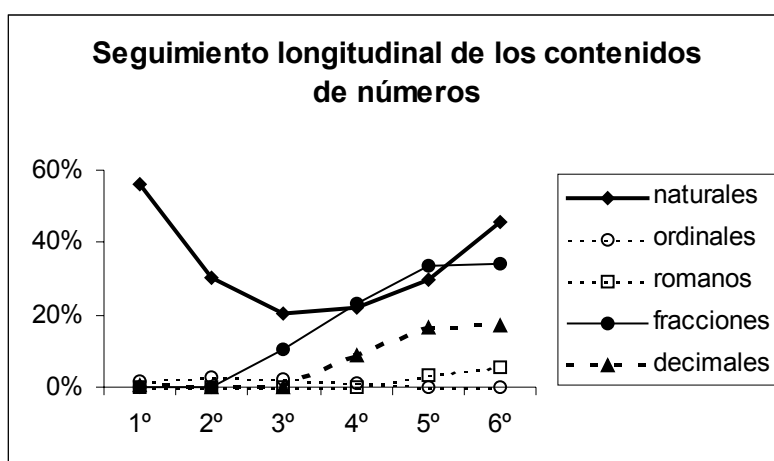
#### **4.2.3 Observaciones generales sobre el eje números, sus relaciones y sus operaciones**

La línea de números dentro del eje está bastante bien estructurada y desarrollada para los contenidos relacionados con naturales y fracciones. El seguimiento correspondiente a estas dos clases de números señala un avance progresivo y una dosificación gradual de estos contenidos. También se percibe que la presentación de contenidos sigue las pautas señaladas por el enfoque, en el sentido de iniciar con niveles concretos e ir avanzando hacia la abstracción. El tratamiento de las operaciones como campos conceptuales aditivo y multiplicativo es adecuado.

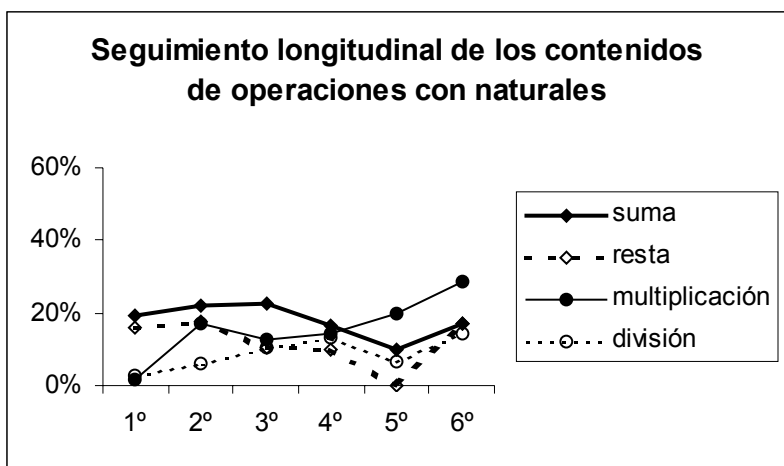
Sin embargo, el análisis ha mostrado grandes carencias en la línea de números decimales. Éstos aparecen súbitamente; aunque se han presentado y usado las fracciones decimales, la entrada a su representación en forma decimal, con el punto, se hace de una lección a otra sin ningún paso intermedio, ni una fase de reformulación o reflexión que pudiera ser el corolario del proceso de construcción de los naturales y de las fracciones. Las carencias se manifiestan también en las operaciones con decimales.

Es pertinente aclarar que este problema se detecta al hacer el análisis de la variable “contenidos” que, como ya se explicó en la metodología, se basó al principio sólo en los libros para el niño y los ficheros de primero y segundo grado. Al detectar este problema se hizo una revisión de los ficheros de tercero y cuarto para buscar el trabajo faltante. Sin embargo, tampoco en estos materiales se encuentran actividades que apunten hacia la construcción de los números decimales y su notación, ni hacia la de los algoritmos de las operaciones con estos números.

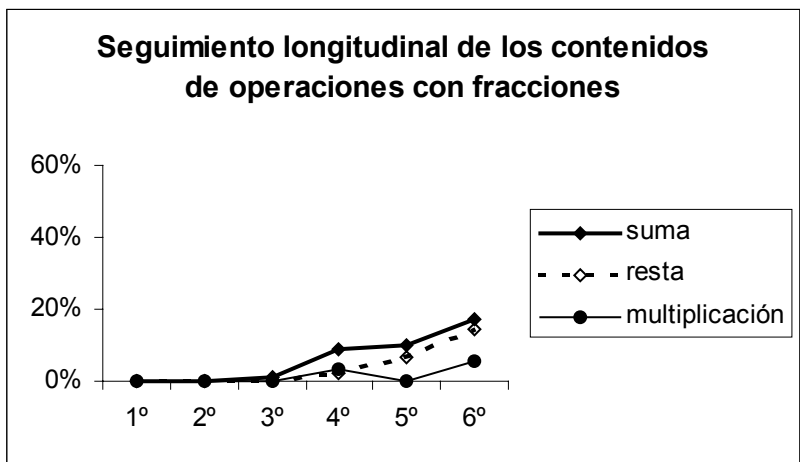
El peso relativo que adquieren los contenidos de números en los diferentes grados se puede apreciar en la siguiente gráfica. En ella se presenta el porcentaje de lecciones (y/o fichas, para los primeros dos grados) en las que se aborda cada uno de los contenidos relacionados con los distintos tipos de números, mostrando así un seguimiento a lo largo de la primaria. Como se ve en la gráfica, los contenidos relacionados con los números naturales tienen en primer grado un fuerte peso (56% de las lecciones o fichas abordan contenidos de números naturales); este peso disminuye en segundo grado y alcanza un mínimo en tercero (20%), y luego aumenta progresivamente hasta llegar a 46% en sexto grado. Las fracciones adquieren un peso relativo que va aumentando gradualmente desde un 10% en tercer grado hasta 34% en sexto; algo similar ocurre con los números decimales, que arrancan en cuarto grado con 9% y llegan en quinto y sexto a 17%. En cuanto a los números ordinales y los números romanos, éstos tienen una presencia menor; los primeros se presentan sólo en los primeros cuatro grados y los segundos en los últimos dos.



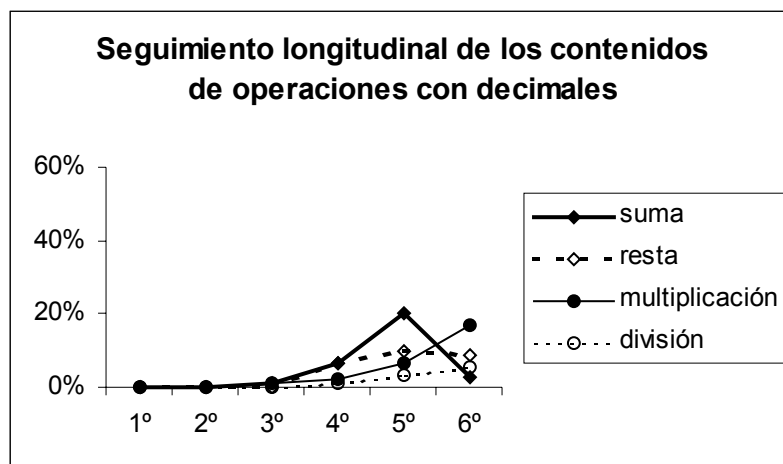
Las siguientes gráficas muestran el peso relativo que adquieren a lo largo de la primaria los contenidos relacionados con operaciones realizadas con los distintos tipos de números. La primera gráfica muestra las operaciones con naturales: la suma y la resta fluctúan alrededor del 20% y el 14% respectivamente, alcanzando un máximo en tercer y segundo grados y un mínimo en quinto. La multiplicación inicia formalmente en segundo grado con 17% y aumenta hasta llegar a 29% en sexto grado (lo que incluye los contenidos de múltiplos y divisores), mientras que la división, que formalmente empieza en tercero, alcanza su máximo (14%) en sexto grado.



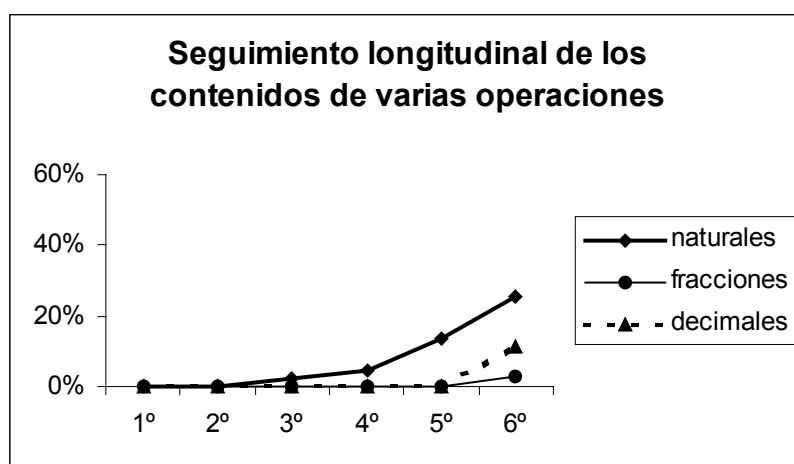
Las tres operaciones con fracciones (suma, resta y multiplicación de un natural por una fracción), que se muestran en la segunda gráfica, se mantienen siempre por abajo del 18% de peso relativo, y tienen un comportamiento global de aumento gradual.



Las operaciones con números decimales, ilustradas en la tercera gráfica, empiezan en cuarto grado y mantienen siempre un peso relativo debajo del 20%; en general aumentan progresivamente con la excepción de la suma, que tiene un máximo en quinto grado.



La última gráfica de esta serie muestra el peso relativo que tienen las lecciones en las que el alumno debe realizar varias operaciones; el comportamiento es gradualmente progresivo hasta llegar en sexto grado a un máximo de 26% para operaciones con naturales, 11% con decimales y 3% con fracciones.



#### 4.2.4 Medición

En el primer grado, el tratamiento para cada tipo de magnitud es similar: se inicia con actividades encaminadas a desarrollar la percepción en el entorno y en la vida cotidiana, así como a sensibilizar a los niños acerca de los aspectos cualitativos que caracterizan cada tipo de magnitud. Para la longitud hay muchas actividades de comparación, estimación y ordenamiento. Las comparaciones son a veces directas y otras con intermediarios rígidos o flexibles. Algunas comparaciones con intermediarios apuntan hacia la noción de unidad. Se inicia el trabajo hacia la construcción de la noción de perímetro con actividades de dibujo de las orillas de figuras y caras de cuerpos.

Para el área hay en primer grado trabajo de familiarización con el tangram, en lecciones sobre áreas en las que se ven figuras en tres o cuatro tamaños distintos, y en otras en las que se hacen comparaciones de áreas en dibujos sobre reticulados mediante el conteo de unidades. No aparece trabajo específico con volumen, aunque se trabaja con la capacidad, mediante el llenado y vaciado de recipientes con arena y con agua. Para el peso, se inicia con actividades de percepción, como sopesar con las manos distintos objetos, con la intención de que el niño deslinde el tamaño del peso. Se construye una balanza y se usa primero con objetos cuya diferencia de peso es clara y luego con objetos cuya diferencia no lo es. Se inicia la construcción de algunos conceptos relacionados con el tiempo, aunque no se logra ningún avance significativo.

En segundo, la longitud se inicia a partir de lo que se hizo en primer grado, dejan de aparecer las comparaciones, y se inician las mediciones con unidades arbitrarias (pasos, cordones) grandes y chicas. En los problemas se pide a los niños que estimen y después midan y comprueben; este trabajo se registra en tablas. El proceso intenta llevar al niño a reflexionar acerca de la necesidad social de contar con una unidad conocida, así se abre el paso a la introducción de la unidad convencional. En cuanto a perímetro no se trabaja como tal, sin embargo hay un trabajo orientado a desprender esta noción de la forma (construir distintas figuras con un mecate) y del área. Nunca se menciona la palabra perímetro, sólo la medición del borde de las figuras.

Para el trabajo de área en segundo grado se encuentran lecciones en las que se hacen comparaciones por superposición de partes planas de objetos. Aparecen algunos ejercicios de recubrimiento y trabajo sobre una cuadrícula que tienden al concepto de área. Más adelante se trabaja el área asociada a caras de cuerpos para reflexionar sobre la independencia entre forma y área y volumen y área. No hay medición de áreas con unidades, y el concepto de área no queda completamente construido. Sobre capacidad sólo hay una lección del libro y una ficha. En peso, se retoman las actividades de primer grado de comparación de objetos con una balanza construida y luego con una unidad arbitraria (tornillos), pero no se avanza significativamente con respecto a primer grado. Sobre el tiempo se encuentra el trabajo en el calendario, con reflexión sobre las nociones de semana, mes y día.

En tercero se inicia la institucionalización de contenidos relacionados con magnitudes. Aumentan las actividades de tipo cuantitativo y disminuyen las de tipo cualitativo. El trabajo con longitudes empieza con una lección de aproximaciones con cuartas, para reforzar la necesidad de una unidad y enseguida se presenta el metro como "el que tiene tu maestro"; hay actividades sobre estimaciones en metros, que se aprovechan para ver algunas fracciones. Aparecen actividades donde se ve que se necesita fraccionar la unidad, que es el metro, para introducir el centímetro al tiempo que se le caracteriza gráficamente con un segmento cuya longitud es un centímetro y se le simboliza como 1 cm; también se presentan las abreviaturas m y cm. Una de las aplicaciones de la medición de longitudes es la construcción de desarrollos planos dibujados con regla. Se calculan perímetros y se institucionaliza el término como la medida del contorno.

Para áreas, se empieza en tercer grado con actividades cualitativas de comparar por superposición o conteo de unidades arbitrarias, relacionando también con fracciones, se introduce e institucionaliza el centímetro cuadrado como un cuadrado de un centímetro por lado, refiriéndose a él como "centímetro cuadrado" sin abreviaturas ni símbolos; luego se usa para medir por conteo de unidades. La capacidad se introduce remitiendo a los niños a los envases de un litro que se suponen ya conocidos. Se institucionaliza la expresión  $1/$ , se hacen comparaciones de capacidades con arena en recipientes de un

litro, un medio y un cuarto. Para peso el tratamiento es semejante al de la capacidad: se introduce el kilo así como las fracciones del kilo. El uso de la balanza es mediante dibujos. En tiempo, hay una lección de relojes con manecillas, y trabajo con calendario; se enfatiza la semana en actividades de registro de información. Cabe aclarar que en el fichero hay once fichas de uso de instrumentos de medición, pero de relojes hay sólo dos.

En cuarto grado casi no hay ya actividades de tipo cualitativo para ninguna magnitud. Se usan las unidades ya institucionalizadas en el grado anterior y se institucionalizan otros contenidos hacia la construcción del sistema métrico decimal. La medición de longitudes se hace casi exclusivamente con regla y sin intermediarios, se institucionaliza el decímetro y su símbolo, dm. Hay actividades encaminadas a deslindar el perímetro del área viendo que existen figuras con el mismo perímetro pero distinta área. En varias lecciones se miden longitudes en un trabajo que tiende a la construcción del concepto de fracción y al trabajo con fracciones, en alguna lección se empiezan a hacer trazos a escala.

En área se empieza en cuarto grado con mediciones usando cuadritos de  $1 \text{ cm}^2$ , el símbolo se institucionaliza aquí. Estas actividades apuntan a la construcción de la fórmula del área del rectángulo. Se introduce e institucionaliza el metro cuadrado y se institucionaliza el símbolo  $\text{m}^2$ . Hay actividades para deducir la fórmula del área del triángulo, aunque no simbólicamente sino como procedimiento observando que se trata de la mitad de un rectángulo. Al final se incluyen actividades hacia una formalización pero sin llegar a una institucionalización, esto es, no se dan fórmulas. Los ángulos se empiezan a trabajar en este grado con giros y vueltas, con un material recortable; los grados aparecen pero sin el símbolo " ° ", y no se introduce el transportador sino un pequeño círculo de papel en el que están marcados rayos de treinta en treinta grados. Acerca de capacidad hay dos lecciones, en una de las cuales aparece el ml. Para el peso, se construyen dos balanzas. La primera usa unidades arbitrarias y con la segunda se introducen los gramos y kilogramos. Se hacen pesas con bolas de  $3/4 \text{ kg}$ ,  $1/2 \text{ kg}$  y  $1/4 \text{ kg}$  con plastilina; estas actividades tienden también hacia la suma de fracciones. Sólo hay



una lección en que se pide transformar de kilogramos a gramos. En tiempo, hay cuatro lecciones, una de lectura de reloj y calendario, otra en que se pide ordenar fechas en una línea del tiempo y otra en que se suman horas.

En quinto, se trabajan muchas actividades con longitud; gran parte del trabajo es sobre cálculo de perímetros de polígonos. Se trabaja haciendo estimaciones y comprobando su precisión mediante la medición y el cálculo. Los contextos de uso de longitud son principalmente de distancias o estaturas. Se incluyen múltiplos y submúltiplos del metro.

En áreas se trabaja en este grado solamente con polígonos y sólo en una lección se hace una estimación con una cuadrícula. Se institucionalizan el  $m^2$  y el  $dm^2$ . Para el volumen se trabaja con el centímetro cúbico y más adelante se institucionaliza la equivalencia entre  $l$  y  $dm^3$ . En la parte de ángulos se introduce el uso del transportador y el símbolo " $^\circ$ ", aunque no se hace una presentación del mismo. Hay una lección donde se incluye todo tipo de medidas de capacidad, peso y longitud. En ella se mencionan el litro, el kilo, sus fracciones respectivas (medio y cuarto) y el gramo. Para el tiempo se proponen problemas de conversión de las distintas unidades: hora, minuto, segundo y algunas lecciones de lectura de reloj incluyendo una con números romanos.

En sexto se usa mucho la regla y la cinta métrica; también hay trabajo de comparaciones de longitudes con unidades arbitrarias dirigido a fracciones, resolución de problemas y relaciones con el sistema inglés. De perímetros hay tres lecciones de polígonos regulares; en nueve lecciones se habla de perímetro de circunferencia, cuatro de las cuales son preparatorias midiendo con hilo, los problemas son difíciles si no se conoce  $\pi$  pero triviales si se conoce. En la quinta lección se introduce  $\pi$  y la fórmula del perímetro de la circunferencia, que es la única fórmula que aparece para perímetro en toda la primaria.

Sobre áreas en sexto grado se institucionalizan muchas fórmulas: para el cuadrado, el rectángulo, el triángulo, el rombo, el trapecio y el romboide y se obtienen áreas de otras figuras por descomposición. También se calculan áreas laterales de cuerpos, y hay ac-

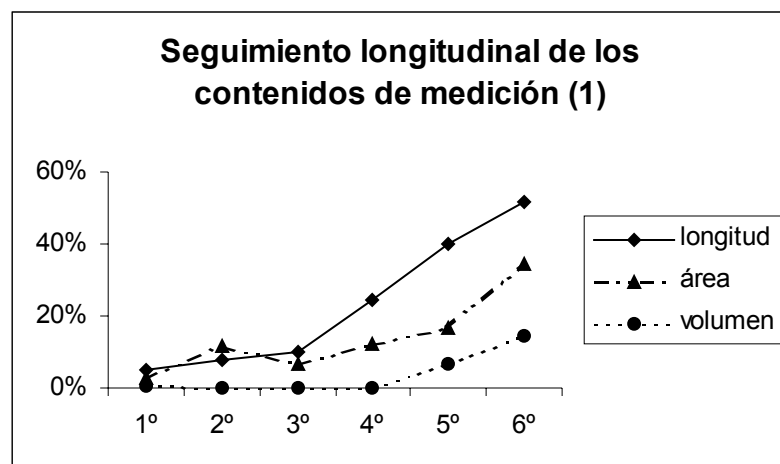
tividades para calcular áreas por conteo directo de cuadritos. Sobre volumen son cinco lecciones, las tres primeras con mucha información y trabajo donde aparecen los símbolos  $\text{cm}^3$  y  $\text{m}^3$ ; en las otras dos se presenta y se usa el volumen del prisma con la fórmula. En ángulos se usa mucho el transportador. En capacidad se habla de la equivalencia entre  $\text{dm}^3$  y litro; también se relacionan el litro y el galón. En peso no se construye nada nuevo; sólo se relacionan la libra y el kilo. Se trabaja globalmente el sistema métrico decimal con longitud, capacidad y peso. En tiempo hay relaciones entre horas, minutos y segundos y se hacen transformaciones de fracciones de tiempo a decimales. Se construye un reloj de sol en un trabajo ligado con proporcionalidad y se trabaja con cronómetros. Se presentan también problemas con otras magnitudes y sus unidades, como decibeles, densidad e IMECA. Una lección con mucho trabajo sobre tiempo habla también de historia de la medición.

#### **4.2.5 Observaciones generales acerca del eje de medición**

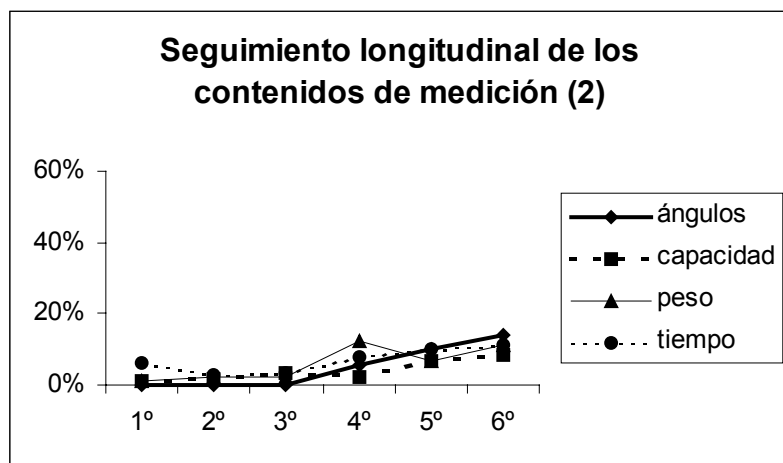
El eje de medición es un eje bien estructurado y desarrollado excepto por el tiempo donde de acuerdo a Planes y programas debería haber mucho trabajo con la lectura del reloj, y en tercero y cuarto grados esto no sucede.

Respecto a otro tipo de magnitudes se observa que la línea de relación entre forma y perímetro y entre área y perímetro sólo se ve en segundo y cuarto lo que es grave puesto que algunas investigaciones con niños y adultos han mostrado que dos de los errores más comunes respecto al área y el perímetro son confundir estas propiedades entre sí, especialmente al calcularlas, y creer que una depende de la otra en el sentido de que a mayor perímetro mayor área y viceversa.

Las siguientes gráficas ilustran el peso relativo de los contenidos de medición en las unidades de análisis de los diferentes grados. En la primera se muestra el comportamiento de las tres principales magnitudes: longitud, área y volumen; éste es gradualmente progresivo hasta alcanzar un máximo en sexto de 51% para longitud, 34% para área y 14% para volumen. Cabe notar que en los últimos dos grados el perímetro da cuenta de buena parte del peso relativo de los contenidos de longitud.



En la segunda se muestra el comportamiento de las demás magnitudes; como se puede ver, éstas no alcanzan el peso de las primeras, pero siguen el mismo aumento general hasta llegar a máximos en sexto grado que están por debajo del 14%.



#### 4.2.6 Geometría

En primero, sobre ubicación y representación en el espacio se hace hincapié en el uso de los términos *arriba*, *abajo*, etc. y se proponen diversas actividades en el salón como recorridos, ubicación de un niño con respecto a otro, etc. Sobre representación y ubicación en el plano hay muchas actividades. Se inicia con las primeras convenciones bási-

cas (*arriba* y *abajo*), y varios ejercicios de ubicar un personaje con respecto a otro dentro de una ilustración. Se proponen actividades de recorridos, de caminitos en pistas y laberintos y de representación de objetos en el plano, incluso con proyecciones ortogonales aunque desde luego no se les llama así.

Acerca de cuerpos geométricos se trabaja en primer grado con objetos de distintas formas, que son separados y clasificados. Hay un trabajo de observación de las figuras que se encuentran en las caras de los cuerpos; algunas veces los clasifican de acuerdo a si ruedan o no. Dentro de las actividades de clasificación, también se comparan entre sí las figuras del tangram y se clasifican según criterios que los niños eligen. En el libro hay mucho trabajo de reproducción de figuras y armado de rompecabezas. Este material es muy explotable aunque el libro del maestro no tiene muchas sugerencias al respecto. Otra línea de trabajo son las teselaciones con actividades de complejidad creciente. Otra más es el uso de retículas de distintos tipos, donde los niños deben reproducir un dibujo que se les presenta como modelo; este tipo de tareas sirve también como un antecedente al trabajo con áreas. Otra línea de problemas es la de reproducir secuencias de figuras.

En segundo grado hay sobre ubicación en el espacio menos trabajo que en primero. Se plantean actividades de seguir y expresar órdenes para desplazamiento de los propios alumnos y de objetos. Se trabaja también con puntos cardinales y con posiciones relativas. Después viene la representación en el plano de objetos que están en el espacio y recorridos que deben ser descritos con palabras y dibujados. Se incluyen actividades para ubicación relativa de cosas en el espacio. En cuanto a ubicación y representación en el plano, se usa menos el tangram que en primero; el trabajo se complementa con otros materiales que vienen en el libro recortable, por ejemplo para formar figuras de contornos no obvios. En cuerpos la mayor parte de las actividades de segundo grado se realizan con cajas de distinto tipo y tamaño. Para relacionar los cuerpos con las figuras geométricas e iniciar una construcción hacia la clasificación de cuerpos se dibujan las partes planas de los cuerpos rodeando el contorno y se elaboran forros para cajitas. En figuras hay clasificación, en un principio con los nombres que se han manejado en pri-

mero, como “puntas” o “manchas”. También se propone trabajo sobre reconocimiento de figuras y muchos juegos para llevar a los niños a reflexionar acerca de las características de éstas. Muy ligada a medición está la construcción de figuras con cuadritos, por ejemplo con la misma cantidad de cuadritos construir distintas figuras. Hay antecedentes de simetría no en figuras básicas, sino con el armado de mantelitos, que son figuras con contornos irregulares, del material recortable. Hay muchas actividades de copiado de mosaicos con complejidad creciente en el modelo y en la cantidad de figuras distintas usadas en cada uno. En general este trabajo apunta hacia la construcción y el trabajo con áreas. Hay retículas cuadradas, triangulares y de puntos.

En tercero, sobre la ubicación y representación en el espacio hay sólo dos lecciones; la segunda en la que se trabajan los términos *horizontal*, *vertical* e *inclinado*, presenta problemas de diversa índole y en general es mala. De ubicación y representación en el plano hay más trabajo, por ejemplo, planos vistos desde arriba: de una ciudad, de una casa, de un zoológico; se reflexiona acerca de cómo se ven los objetos al alejarse y hay también lecciones con trayectos. También se introducen y usan los conceptos de “paralelas” y “perpendiculares”. La representación gráfica de cuerpos y objetos está indicada en los programas pero esto no se refleja en el libro para el niño. De cuerpos geométricos en el libro de tercero sólo hay una lección, que es de desarrollos planos; en ella se prepara material que posteriormente se utilizará para comparar capacidades y fracciones. De figuras hay bastante trabajo: varias lecciones con mucho énfasis en simetría, algo de reconocimiento de patrones y reconocimiento de figuras y algunos juegos que llevan a los niños a reflexionar acerca de las características de las figuras que permiten clasificarlas.

En cuarto, sobre ubicación y representación en el espacio, algunas pocas lecciones van hacia resolución de problemas. En el plano hay más trabajo sobre lectura e interpretación de croquis y mapas y se inicia el trabajo con el plano cartesiano.

De cuerpos hay en este grado identificación y clasificación de prismas, armado de desarrollos planos y construcción de cuerpos. Hay bastante trabajo de identificación y clasifi-

cación de figuras, de acuerdo a criterios de paralelismo y perpendicularidad. Se trabaja la simetría en diferentes contextos. Se introduce la identificación de ángulos. Hay mucho uso del juego de geometría, incluyendo compás, que es la primera vez que aparece. Hay mucho trazo de paralelas y perpendiculares, así como de cuadrados y triángulos. Se presentan las alturas de los triángulos y se trazan.

En quinto ya aparecen institucionalizados los ejes de coordenadas y se usan mucho, algunas actividades que se proponen, relacionadas con este contenido son: lectura de planos como mapitas y localización de ciertos sitios, aparece el plano cartesiano con notación de parejas ordenadas. También hay trabajo con puntos cardinales.

Hay en este grado una sola lección de cuerpos geométricos en la que hay que armar cubitos y cilindros para hacer una maqueta. De simetría hay dos lecciones y de figuras hay mucho trabajo de identificación, clasificación, trazos, copiado de figuras y construcción de figuras a escala. En este trabajo aparecen paralelas, perpendiculares y ejes de simetría. Se usa el juego de geometría completo.

En sexto, relacionado con ubicación en el plano se tiene el uso del plano cartesiano y de desplazamientos. Sobre cuerpos hay trabajo con la esfera, identificación de prismas, pirámides y cilindros. También se trabaja con caras, bases de cuerpos y desarrollos planos. Para figuras hay mucho trabajo de distinto tipo, aparece el trapecio y en las lecciones de áreas aparecen todos los polígonos regulares. Se ven polígonos, ejes de simetría, medida de ángulos centrales y clasificación de figuras usando una gran variedad de criterios (por lados, ángulos, etc.); entre las figuras clasificadas están los triángulos equiláteros e isósceles. Se enfoca la atención en las diagonales de polígonos y se habla del rectángulo dorado. Hay mucho uso del juego de geometría y se llega a problemas con particiones reiteradas de polígonos y con circuncunferencias.

#### **4.2.7 Observaciones acerca del eje de geometría**

El eje de geometría, globalmente, no se encuentra bien estructurado. Se presentan tres líneas de trabajo: por un lado se encuentran actividades que apuntan hacia el plano car-

tesiano, por otro lado hay actividades que apuntan a la geometría euclidiana y, por último, otras que apuntan hacia un trabajo de la geometría de las transformaciones del plano. La ubicación de las actividades de las tres líneas parece azarosa y no se percibe coherencia en la estructuración de los contenidos del eje.

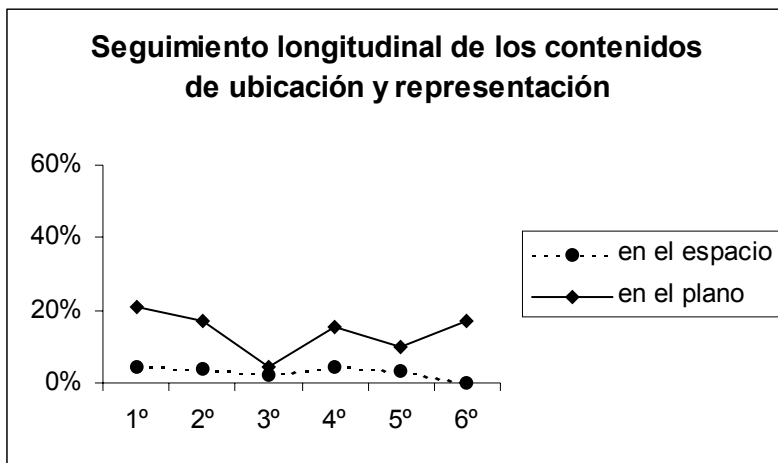
Algunas actividades o líneas de trabajo emprendidas en el primer grado (recorridos, tangram, mosaicos, teselaciones) en algún momento dejan de aparecer o aparecen sólo de manera aislada. Por ejemplo las teselaciones solamente aparecen en primer grado. En cambio los giros aparecen en unas cuantas lecciones de cuarto y nada más. La simetría se trabaja mucho en tercero y cuarto pero nunca se llega a profundizar en los aspectos relacionados con las transformaciones del plano y su trabajo en grados posteriores es mínimo.

Otro tipo de problemas detectado en este eje es que se omiten en los libros algunos contenidos, como el trabajo con cuerpos señalado en el programa como un trabajo importante en el tercer grado. Aún cuando se revisó el fichero de tercero no se encontró un avance en esta dirección. En términos generales el trabajo en tres dimensiones es débil.

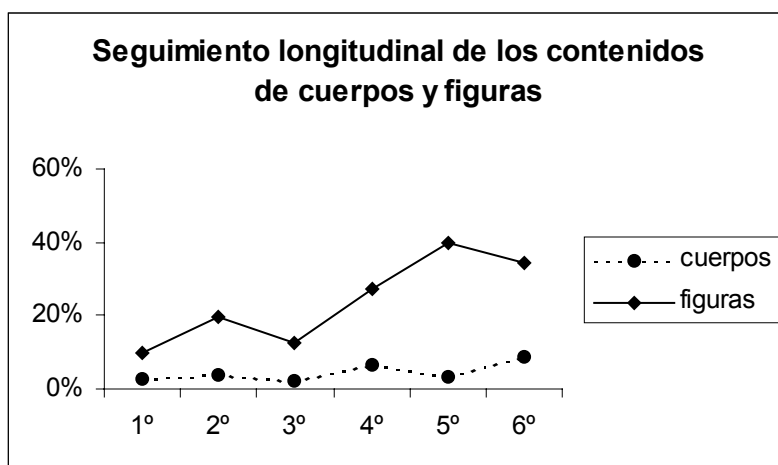
Además hay algunos errores en las representaciones gráficas que aparecen en los libros. Así, por ejemplo, en el libro de primero se descuida en general la perspectiva, lo que puede generar errores de percepción. A veces no se pueden realizar las actividades que se piden o hay errores; por ejemplo, en tercero hay que completar una figura respecto a un eje de simetría dado, pero lo que se debe dibujar se sale de la cuadrícula que aparece en el libro para resolver el problema. En cuarto, la lección en la que se introduce el uso del compás es muy mala y la fuente de error está fundamentalmente en la parte gráfica.

Las siguientes gráficas muestran el peso relativo de los contenidos de geometría. En la primera se muestran los pesos que adquieren los contenidos relacionados con ubicación y representación: en ella se observa que la ubicación y representación en el espa-

cio tiene mucho menor peso que la del plano: la primera fluctúa alrededor del 4% en todos los grados, y la segunda alrededor del 16% con un mínimo en tercer grado.



La misma disparidad entre las tres y las dos dimensiones se observa en la segunda gráfica, que muestra los pesos relativos de los contenidos de cuerpos y figuras geométricos. Los contenidos relacionados con cuerpos fluctúan alrededor del 4%, con un máximo de 9% en sexto grado, mientras que los relacionados con figuras tienen un aumento gradual de 10% en primer grado a 20% en segundo, disminuyen a 13% en tercero, aumentan hasta 40% en quinto y terminan con una pequeña disminución a 34% en sexto.





#### **4.2.8 Tratamiento estadístico de la información**

En primer grado hay poco trabajo en esta línea. Se recolecta información y se organiza en tablas o gráficas de barras. En algunas ocasiones se usan los términos tabla y cuadro para referirse a las gráficas y esto puede generar confusiones.

En segundo, sólo hay dos lecciones dedicadas a contenidos estadísticos; en ambas se registra información, se construyen gráficas de barras y se reflexiona sobre las relaciones entre frecuencias. Además del trabajo en esas lecciones, se usan mucho las tablas para registrar datos que se obtienen al estimar y medir longitudes. Se usan las tablas para comparar datos y obtener conclusiones. En todos los ejercicios de medición, primero estiman y luego ven qué pasa, estos valores se registran en tablas.

En tercero hay lecciones en las que se debe obtener información de una tabla o gráfica, pero son muy fáciles, no son problemas sino preguntas directas. Hay poco análisis y cuando aparece es sobre gráficas. Hay trabajo fuerte sobre registro de información y construcción de gráficas de barras. Los niños llegan a hacer algunas gráficas con resultados que obtienen en encuestas.

En cuarto hay muchas tablas de registro y gráficas de barras, aunque más bien se presentan hechas y como algo que se usa y no como algo que tenga que hacerse, que construirse.

En quinto hay mucho trabajo sobre interpretación de información presentada a través de distintas gráficas. Hay pocas actividades de recolección de información pero sí hay construcción de gráficas de barras, pictogramas y otras gráficas. Sobre estadística el programa señala promedio, valor más frecuente y mediana pero en el libro sólo aparece una vez el valor más frecuente.

En sexto hay mucho trabajo sobre construcción e interpretación de gráficas de pastel, pictogramas y otros tipos de gráficas y muchas tablas aunque poca recolección de experimentación, encuestas e informaciones periódicas. Se ve promedio y mediana pero

no hay referencias claras a la moda. La primera vez que aparece el término “promedio” es en un texto que habla de distancia promedio entre la tierra y la luna, la tierra y el sol y después en dos lecciones en las que se usa el vocablo con bastante imprecisión. Posteriormente hay una lección en la que se dan los promedios y se explica cómo se obtuvieron, lamentablemente los ejemplos están mal escogidos en el sentido de que pueden inducir a los alumnos a generalizar en dirección errónea (por ejemplo, en todos ellos uno de los datos coincide con el promedio). En otra lección se calcula la mediana y el promedio y el resultado es el mismo, de nuevo esto puede señalarse como un mal ejemplo porque el niño puede inferir equivocadamente que esto sucede siempre. Con la mediana también hay problemas pues el ejemplo tiene diez datos y no se dice qué hacer. La frecuencia relativa se define, pero no se hacen tablas ni gráficas ni se resuelven problemas con ella.

#### **4.2.9 Tratamiento de la información relacionado con la resolución de problemas**

En primer grado la parte de resolución e invención de problemas no es muy amplia. Hay muchas situaciones problemáticas, pero no problemas. Las explicaciones y metas en algunas actividades se representan con dibujos y hay actividades en las que la información requerida debe ser sacada de la información de esas ilustraciones. Acerca de los problemas se encuentra que varios tienen soluciones múltiples.

En segundo grado hay mucho trabajo. Frecuentemente la información aparece en tablas; algunas se deben completar. También ocurre que la información esté dada a través de gráficas. Por primera vez se presentan lecciones en las que aparece más información que la necesaria y se hace reflexionar al niño acerca de cuál es relevante y cuál no. A partir de una situación problemática cada pregunta podría decirse que es un problema, y muchos de los problemas no tienen respuesta única. Hay pocas situaciones donde se pide al niño que invente problemas; en algunas se le da una operación y él debe inventar un problema que se resuelva con ella, en otras se le da un texto y debe inventar preguntas que se puedan contestar con la información del texto. En este mis-

mo sentido hay una lección donde se dan problemas y operaciones, y el niño debe relacionar qué operación resuelve cada problema.

En tercero hay poco trabajo hacia resolución e invención de problemas. Aunque hay muchas lecciones con tablas para organizar y capturar la información, tablas sencillas de leer y llenar, y algunas más difíciles relacionadas con variación proporcional y que involucran fracciones, el trabajo de análisis sobre éstas es muy poco. Lo poco que aparece sobre análisis de la información son lecciones que aparentemente inician la construcción de la noción de azar aunque no están bien formuladas las preguntas ni las lecciones en general. Hay varias lecciones en las que se plantean problemas con soluciones múltiples. En general el libro está muy dirigido, aunque casi cada lección recomienda a los niños a que comparen sus respuestas y comenten con sus compañeros. Con relación a la resolución de problemas, se le pide al niño que invente sus estrategias pero se le indican varios ejemplos de cómo hacerlo, antes de que haya un espacio para reflexionar. Sobre invención de problemas, hay unas cuantas lecciones y generalmente se trata de inventar un problema que se resuelve con una operación dada.

En cuarto, en esta línea hay mucha resolución e invención de problemas: a veces hay que obtener la información a partir sólo de un dibujo, hay muchas actividades en las que el niño debe observar y resolver, pero pocas en las que debe analizar y sólo una lección en la que no se pueden resolver algunas preguntas con la información dada, con una reflexión al respecto. Son muchas las lecciones de inventar problemas no sólo de aritmética, también de geometría y también muchos los problemas en que las soluciones no son únicas.

En quinto hay mucho trabajo de organización e interpretación de mapas, croquis, gráficas y diagramas de árbol (aunque estos últimos quedan mal explicados), pero hay poco trabajo de análisis de la información. Hay bastante trabajo de resolución de problemas, pero no hay de invención, excepto si se consideran algunas lecciones de geometría, con actividades del tipo “inventa las instrucciones para que tu compañero haga la figura que quieres”. Son pocos los problemas o situaciones con soluciones múltiples.

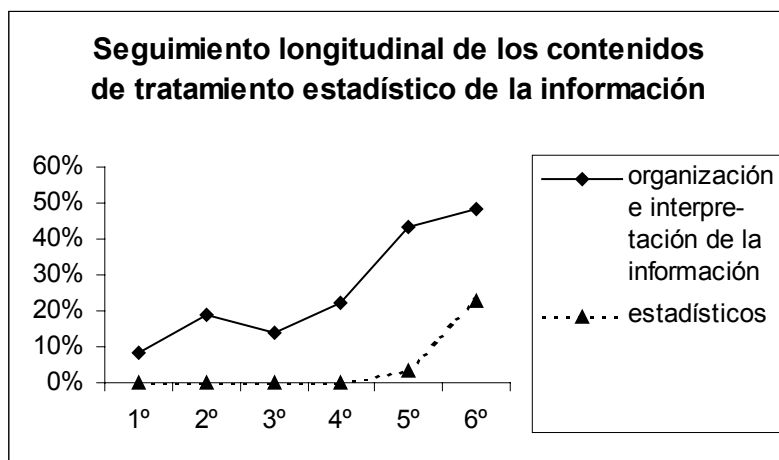
En sexto, todo el libro está lleno de trabajo en la dirección de análisis de la información en todos sus aspectos. Resulta importante mencionar que el libro de sexto en general tiene mucho texto, por lo que si hay problemas de lectura surgen problemas en matemáticas, pero que esto por otra parte da amplio juego al trabajo de tratamiento de la información. Hay también mucha información en tablas y gráficas. En dos lecciones se pide invención de problemas, pero muy sencilla; sobre actividades dirigidas a determinar si la información es relevante sólo hay tres lecciones. En cambio, hay muchos ejercicios con soluciones múltiples.

#### **4.2.10 Observaciones generales acerca del eje de tratamiento de la información**

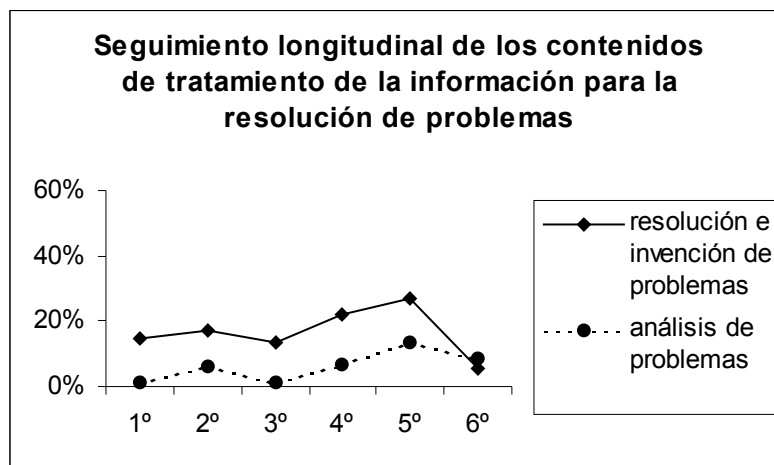
Este eje se inicia desde primer grado y está en general bien estructurado. Con respecto a la línea de tratamiento estadístico, hay muchas experiencias en registro e interpretación de la información, aunque en algunos casos falta análisis. Se llega al cálculo de promedios y medianas aunque con dificultades al respecto y prácticamente no se considera la moda, que está incluida en los programas.

Con respecto al tratamiento de la información relacionado con la resolución de problemas, encontramos que todas las líneas tienen continuidad desde el grado en que inician hasta el fin de la primaria, excepto la línea que podríamos denominar “múltiples soluciones”, que está descuidada en tercero y quinto.

Las siguientes gráficas muestran el peso relativo de los contenidos del eje de tratamiento de la información. En la primera se muestran los aspectos relacionados con el tratamiento estadístico; aquí hay dos líneas, la que se refiere a la organización e interpretación de la información, que tiene un crecimiento gradual desde un peso relativo de 8% en primer grado hasta uno de 49% en sexto, con una leve disminución en tercero. La segunda línea se refiere a los estadísticos, que aparecen inicialmente con 3% en quinto grado y llegan a 23% en sexto.



La segunda gráfica muestra el peso relativo de las lecciones en las que se abordan explícitamente contenidos referentes al tratamiento de la información para la resolución de problemas; debe recalcar que no se trata aquí de las lecciones en las que el alumno debe resolver problemas, sino sólo de aquellas en las que es explícita la manera de resolverlos, o en que se plantea al alumno que invente problemas propios a partir de la información que se le proporciona, o en la que se analizan algunas características de los problemas.



Según se aprecia en la gráfica, la línea de resolución e invención de problemas fluctúa alrededor del 16% en su peso relativo, con un máximo en quinto grado y un mínimo en sexto, y la de análisis de problemas inicia en segundo grado y fluctúa alrededor del 4%, con un máximo en quinto y un mínimo en tercero.

#### **4.2.11 Procesos de cambio**

Este eje inicia de acuerdo a los programas en cuarto grado, sin embargo desde segundo se encuentran antecedentes de variación proporcional, asociados a problemas multiplicativos. En tercero se continúa el trabajo en esta dirección, hay cuatro lecciones con tablas de proporcionalidad relacionadas a problemas de peso de objetos o de precios, en las que se tiene que obtener el precio de medio o de un cuarto de kilo o litro; en otras el contexto es de peso y terminan con la presentación de tablas de proporcionalidad ya sin ningún contexto, donde se señala que se están construyendo mediante multiplicaciones por 2, 4, 5 y 7. En este trabajo es interesante el uso de las fracciones que apuntarían hacia la multiplicación de una fracción por un natural.

En cuarto grado hay más tablas de variación proporcional, relacionadas con recetas de cocina, tanto para aumentar como para disminuir las cantidades. En algunas de estas lecciones hay trabajo con fracciones y en dos se trabajan escalas de manera muy sencilla.

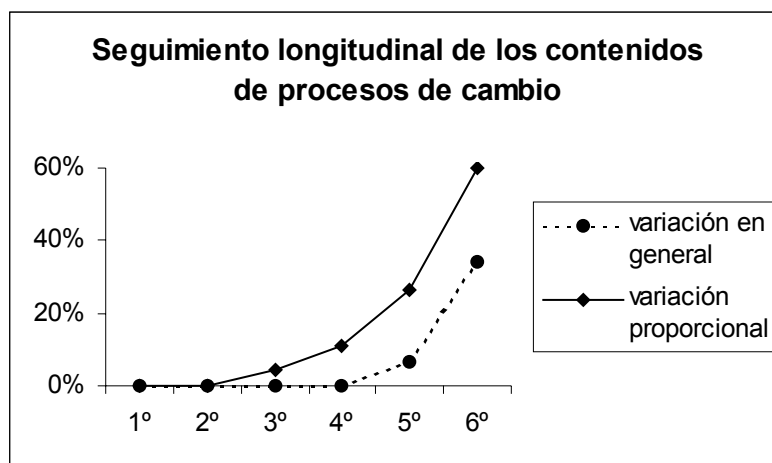
En quinto grado hay una lección sobre variación no proporcional. Las tablas de variación proporcional son pocas, ahora se hace más énfasis en porcentajes y en relacionarlos con su expresión decimal. Se trabaja mucho en la resolución de problemas; hay unas cuantas lecciones en el contexto de escalas y el resto en el de cálculo de porcentajes.

En sexto hay muchas tablas de variación no proporcional y de variación proporcional. También se maneja la proporcionalidad sin tablas. En una lección se ven productos cruzados en tablas de variación proporcional. En el libro para el maestro se señala que se vean otras tendencias, pero en el libro del niño no están especificadas. Hay cinco lecciones de uso de escalas, tres de porcentajes y en dos de ellas los porcentajes se expresan tanto en forma decimal como con el signo %. Mucho de este trabajo se realiza en la resolución de problemas.

#### 4.2.12 Observaciones sobre el eje de procesos de cambio

Éste es un eje bien estructurado, bien desarrollado y con pocos errores, claramente se refleja en su desarrollo el enfoque de avanzar poco a poco hacia la abstracción.

La siguiente gráfica muestra el peso relativo de estos contenidos. La variación directamente proporcional arranca desde tercer grado, con algunas tablas de variación proporcional (5% de las lecciones) y va creciendo constantemente hasta llegar a 60% en sexto grado, mientras que la variación en general empieza con 7% en quinto grado y llega a 34% en sexto.



#### 4.2.13 Azar y probabilidad

Aunque según los programas este eje arranca en tercer grado, en primero y segundo hay algunos antecedentes de juegos relacionados con contenidos de aritmética o geometría en los que interviene el azar, por ejemplo los juegos con dados o cuando se reuelven tarjetas y se saca una, pero no hay reflexión ni preguntas al respecto.

En tercero hay muchos juegos de azar, se hace reflexionar al niño acerca de la diferencia entre situaciones en las que de antemano ya se sabe qué va a pasar y otras en las que no. Se presentan muchos ejemplos de juegos para diferenciar aquellos que requieren de adquirir destreza, otros en los que lo que se requiere es encontrar una estrategia y otros en los que lo único que interviene es el azar. Varias de las lecciones de juegos no son muy afortunadas en el sentido de que hay trabajo y muchas preguntas pero falta

reflexión. En ocasiones la reflexión aparece como algo dado, de entrada, en boca de los personajes de la lección y no como algo que el niño construya o descubra. Se introduce la palabra suerte y posteriormente la palabra azar.

En cuarto hay cuatro lecciones, en las que una es de volados, una de dados y dos de canicas. En las cuatro se piden experimentos (pocos cada vez), pero no hay explicación de por qué tienen que efectuar varios. Sólo en una lección utilizan la palabra *probable* (*más probable*, *menos probable*). En general, estas lecciones proponen mucho trabajo pero aislado, no se pasa por una fase de formulación y no se concluye. Sobre juegos hay uno parecido a serpientes y escaleras, y no hay juegos de estrategia.

En quinto hay un juego de dados con colores y números, y una lección, que está mal diseñada, en la que se requeriría trabajar con probabilidad condicional, lo que queda fuera del alcance de este nivel educativo. Otra lección, en la que el contexto es una ruleta de colores, tiene errores realmente serios de concepto. Por ejemplo, dice: “1 alumno gira la ruleta 4 veces. Esto se puede decir 1 a 4, o bien  $\frac{1}{4}$ ” (sic).

En sexto, en relación con este eje aparecen cuatro lecciones. En la primera hay tres experimentos. La segunda empieza con un juego de dados, luego se trabaja con dos ruletas y hay que registrar resultados. La tercera es una carrera en la que se avanza de acuerdo a los puntos que aparecen al tirar los dados, ahí se hace la gráfica de casos favorables. La última es un juego usando un plano cartesiano y apunta hacia la construcción del concepto de azar, igual que la anterior. En este grado no se usa la palabra *probable*, sólo la palabra *posibilidad*.

#### **4.2.14 Observaciones generales sobre el eje de azar y probabilidad**

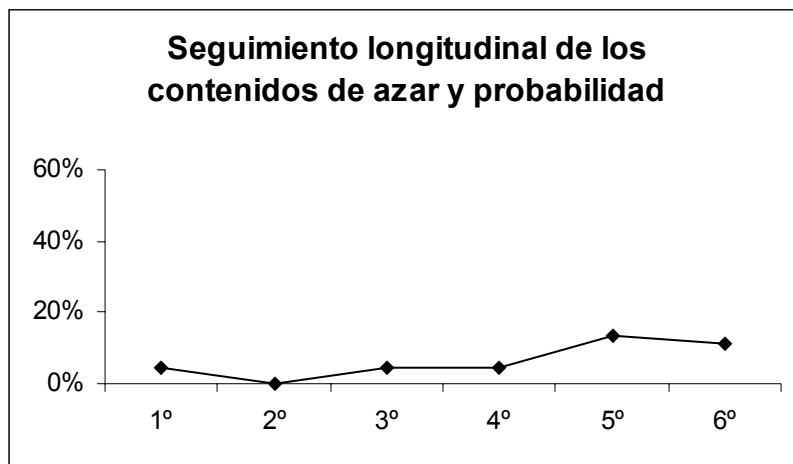
Al hacer el seguimiento de contenidos se encuentra que esta línea está muy mal desarrollada en general. Los conceptos se presentan erróneamente y, en los casos donde no hay errores, falta una fase de reformulación y reflexión que permita avanzar a un nivel de abstracción mayor y a una comprensión del concepto de azar. Una fuente de



confusiones es la identificación, en tercero y cuarto grados, de los fenómenos aleatorios con cualquier falta de información, otra se halla en la falta de reflexión acerca de la necesidad de efectuar experimentos múltiples y acerca de sus resultados.

Los errores en la construcción de este eje son tanto más graves cuanto que se sabe que los conceptos de azar y de probabilidad son contraintuitivos y que no basta con la exposición a situaciones aleatorias para llegar a conceptos correctos.

La siguiente gráfica muestra el peso relativo de los contenidos de este eje en cada grado. Se puede observar que éste alcanza un máximo de 10% en quinto grado. El 4% con que arranca la línea en primer grado corresponde a ocho fichas de este grado en que se realizan juegos donde interviene el azar, aunque no hay ninguna reflexión marcada al respecto. Por lo demás, el eje interviene solamente en cuatro lecciones de cada uno de los grados tercero, cuarto, quinto y sexto.



### **4.3 ALGUNOS ASPECTOS IMPORTANTES DE LA PROPUESTA ACTUAL**

En esta sección se analizarán dos aspectos abordados en los materiales estudiados, que son importantes en la propuesta actual en matemáticas para la educación primaria. Se trata, por una parte, de la resolución de problemas y, por otra, del uso de instrumentos, tanto los de medición como de otros tipos.

#### **4.3.1 Resolución de problemas**

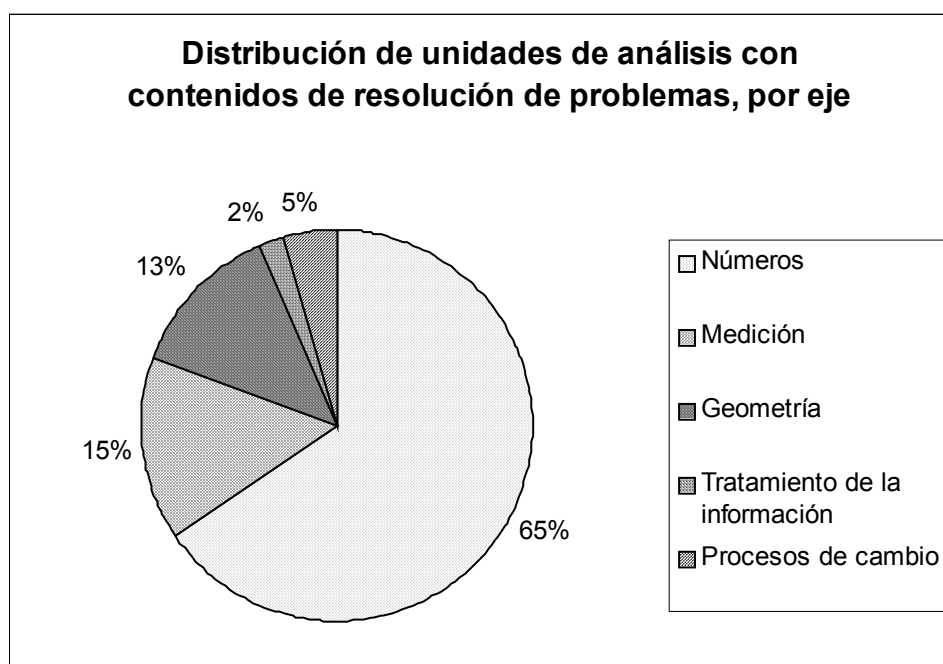
Como ya se ha mencionado, el enfoque de la propuesta educativa para la educación primaria señala como el motor del aprendizaje de las matemáticas a la resolución de problemas. Esta sección está dedicada al análisis de la información que se recabó en este sentido, de manera que sea posible determinar hasta qué punto se sigue esta idea en los materiales.

En la variable contenidos, una de las categorías posibles dentro de varios incisos de los seis ejes, es el uso en la resolución de problemas en una ficha o lección. De modo que se detectó la aparición de estas categorías en la base. Otra variable que proporciona información a este respecto es énfasis, por lo que también se consideró en este análisis.

Es pertinente aclarar que el uso en la resolución de problemas puede aparecer más de una vez en una unidad de análisis, ya que es posible que en una misma lección o ficha se trabaje varias veces con “uso en la resolución de problemas”; por ejemplo, se pueden tener capturados uso de la suma de naturales en la resolución de problemas y uso de la medición de longitudes en la resolución de un problema.

Una primera búsqueda muestra que el uso en la resolución de problemas es un recurso que se utiliza principalmente en el trabajo con los contenidos del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones. De un total de 284 unidades de análisis que a lo largo de toda la primaria se apoyan en este tipo de tarea, 186 (65%) corresponden a conteni-

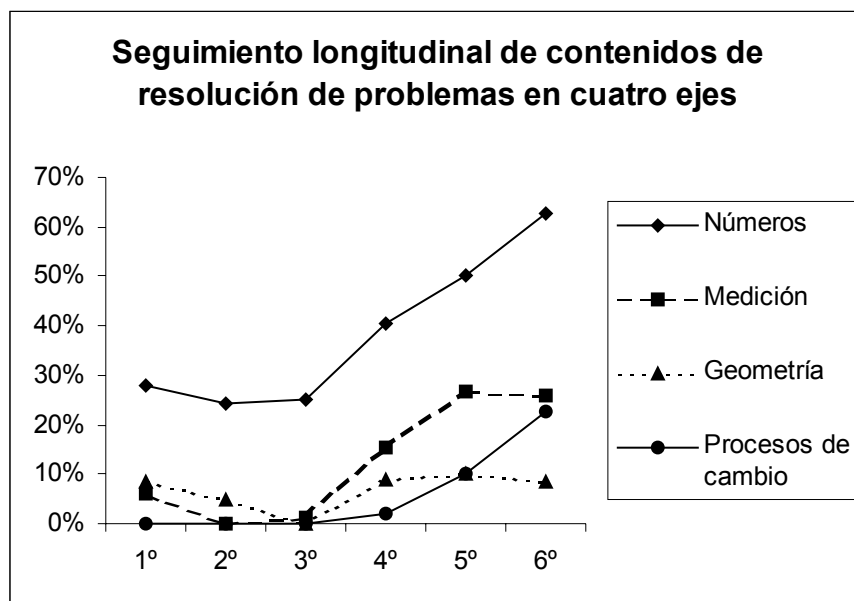
dos del eje mencionado. Para el resto de los ejes hay menos trabajo en esta dirección. Esto puede verse en la siguiente gráfica. Un 15% se refiere a lecciones o fichas en las que este recurso es aplicado al eje de medición. Para el eje de geometría hay un 13%. Al eje de tratamiento de la información le corresponden 3% de todas las lecciones en las que se emplea el uso de contenidos en la resolución de problemas mientras que el 4% pertenecen al eje de procesos de cambio.



Una interpretación de esta distribución del trabajo en la resolución de problemas en los diferentes ejes es que el uso de cualquier contenido se incrementa a medida que su construcción avanza, adquiere más significados asociados o se institucionaliza. Esto sucede con gran parte de los contenidos relacionados con la aritmética, particularmente con los naturales como se ve reflejado en la gráfica.

Al hacer el seguimiento longitudinal de primero a sexto grado, de las apariciones de “uso en la resolución de problemas” como contenido y obtener los porcentajes que representan en cuatro ejes se obtuvo la gráfica que aparece en seguida. Conviene recordar que en los dos últimos grados las lecciones son pocas –30 y 35 respectivamente–

pero cada una aborda muchos contenidos, y varios de ellos, como ya se ha mencionado, pueden ser de uso en la resolución de problemas.



En esta gráfica resaltan varios hechos. Por una parte, hay mucha más resolución de problemas en el eje de números que en los demás ejes, llegando hasta el 63% en sexto grado. Por otra parte, hay en los cuatro ejes una tendencia general al aumento porcentual de unidades de análisis que tienen contenidos de resolución de problemas, lo que es comprensible puesto que éstos se utilizan a lo largo de toda la primaria tanto como herramienta para dar significado a los conceptos y contribuir a su construcción, como para usar y aplicar los propios conceptos; en este sentido, mientras mayor es el acervo de conceptos construidos y en proceso de construcción, mayor es la posibilidad de resolver problemas con ellos. Sin embargo, esta tendencia se ve rota, en los cuatro casos, por una fuerte baja en tercer grado. Esto puede deberse a una combinación de tres causas: una, que como las lecciones del libro de este grado son menos pluritemáticas que las de los otros grados, cada una contribuye con menos contenidos; otra, que buena parte del trabajo de este grado está en la institucionalización de conceptos (aunque, como se verá en la siguiente sección, este aspecto no es tan marcado); y otra, que en este grado hay mucha menos problematización comparativamente a los demás.

### 4.3.2 Uso de instrumentos

El uso de instrumentos de medición, del juego de geometría y de la calculadora es otro de los aspectos que se consideraron al analizar los materiales usados en la escuela primaria.

En primero no hay actividades de medición de longitudes, pesos ni capacidades, lo que se hace son muchas comparaciones. Algunas se llevan a cabo directamente, otras requieren de intermediarios como cordones e hilos que después se comparan entre ellos directamente; también se usan otro tipo de intermediarios como manos o borradores, con los que se aproximan las magnitudes que después se comparan. Con respecto a peso, en el fichero se indica cómo fabricar una balanza y se utiliza bastante. Para comparaciones de capacidad, se utilizan otros objetos como intermediarios que no son instrumentos de medida convencionales, sino tazas, frascos, cajas, etc. En la medición de tiempo se usan partes del calendario.

En segundo grado se usan instrumentos informales de medición. Para longitud los hay rígidos y flexibles y se llega a la construcción de una regla con unidades arbitrarias. El peso se trabaja con una balanza construida que, como en el caso anterior, se usa con unidades arbitrarias. El trabajo con capacidad también utiliza instrumentos con unidades arbitrarias. En una ficha se menciona que se puede usar la regla para unir puntos, pero es la única mención que se hace al respecto aunque puede considerarse la primera, a lo largo de la primaria, relacionada con el uso del juego de geometría. En cuatro fichas del fichero aparece la calculadora, no tanto para hacer operaciones sino para construcción de series y antecesor y sucesor: para jugar con números con intención clara, sin embargo, en el libro del niño no se hace mención a la calculadora.

En tercer grado se usa mucho la regla graduada y el metro. Para peso no se usa la báscula pero se muestran dibujos de ésta en el libro del niño; en el fichero se construye y se trabaja con una balanza. De capacidad, hay una lección relacionada con fracciones en la que usan recipientes con capacidades de un litro, medio litro y un cuarto de litro que los mismos niños construyen en otra lección. En relación al tiempo hay una lección

donde aparece un reloj de manecillas y otra de uso de calendarios. La regla se usa tanto para medir como para hacer trazos. Se construye una escuadra de papel y se trabaja con ella para trazar rectas perpendiculares y paralelas, sin embargo, del juego de geometría sólo se usa la regla. En total en el fichero aparecen doce fichas en las que se trabaja con diferentes instrumentos de medición de longitud, capacidad, peso y tiempo.

En cuarto grado se empieza utilizando hilo para medir longitudes y después se utiliza la regla, casi siempre graduada en centímetros y en otros casos hasta milímetros. En una lección se utiliza la cinta métrica. Al trabajar capacidad se emplea una jeringa para medir en mililitros. En peso se utiliza la balanza para lo cual se construyen dos: una con cartón y otra con tapas de metal. Para medición de tiempo se trabaja con el reloj en una lección y con el calendario sólo se representa un mes. En varias lecciones se utilizan la escuadra y la regla como parte del juego de geometría, y en dos lecciones se usa el compás, aunque nunca se indica cómo debe usarse. Cuando se trabajan ángulos se usa un sencillo “transportador” del material recortable. En el fichero también hay varias lecciones en las que se trabajan distintos tipos de instrumentos de medición.

En las primeras lecciones de quinto grado se hace uso de instrumentos informales, como hilo o cordón, para medir perímetros y calcular escalas. Se construye un instrumento para medir áreas: una mica plástica con una cuadrícula. Para peso se ve la balanza, solamente dibujada, como un instrumento que se usa en las tiendas, y una báscula de médico. En tres lecciones se trabaja el tiempo con reloj de manecillas. En muchas lecciones se hace uso del juego de geometría completo, incluyendo transportador y compás. Aproximadamente en la tercera parte de las lecciones se utiliza la calculadora, principalmente para realizar y verificar operaciones, y en un caso para hacer un juego. En el fichero se encuentran varias fichas que apoyan la medición de longitudes, capacidad y tiempo.

Los instrumentos de medición que se usan en sexto grado para longitudes son sólo la cinta métrica en una lección y la regla. Se utilizan hilos para medir perímetros de circunferencias. No hay instrumentos para medir capacidad ni peso aunque en una lección

aparece una báscula dibujada. Hay una balanza para trabajar fracciones. Acerca del tiempo, hay una lección en la que se trabaja con distintos tipos de relojes. En el fichero tampoco aparecen instrumentos de medición. Con el juego de geometría completo se trabaja muchas veces. Hay muchas lecciones en las que se trabaja con la calculadora, y se observa que la deficiencia en la parte operativa con decimales se compensa con el uso de la calculadora; ésta también se usa, aunque poco, para juegos.

Como se puede observar, el uso de instrumentos de medición es fuerte en longitud; en capacidad y peso es menor. El uso del juego de geometría está cargado a sexto excepto por la regla que ya han utilizado con frecuencia. Llama la atención el hecho de que el uso de la calculadora desaparezca después del segundo grado y no vuelva a aparecer hasta quinto, siendo que podría ser una herramienta útil y explotable.

#### **4.4. CONCEPTUALIZACIÓN**

En esta sección se hará un breve análisis conjunto de las variables tema y conceptualización.

Como se señaló en el capítulo 2 de este documento, el tema de una lección de libro de texto o de una ficha de fichero de actividades se refiere al concepto o tema matemático principal que se aborda en ella, y la conceptualización se refiere a la finalidad, en términos de la adquisición conceptual, que se pretende desarrolle el sujeto respecto al tema. Las 57 categorías de la variable tema se pueden asociar de modo grueso con los seis ejes temáticos de los programas. Las cuatro categorías de conceptualización son construcción, uso, institucionalización y aplicación; para efectos de este análisis se han agrupado las categorías de uso y aplicación, por ser muy marginal la contribución de esta última.

Para el análisis de estas variables es importante tener en cuenta las siguientes dos anotaciones:

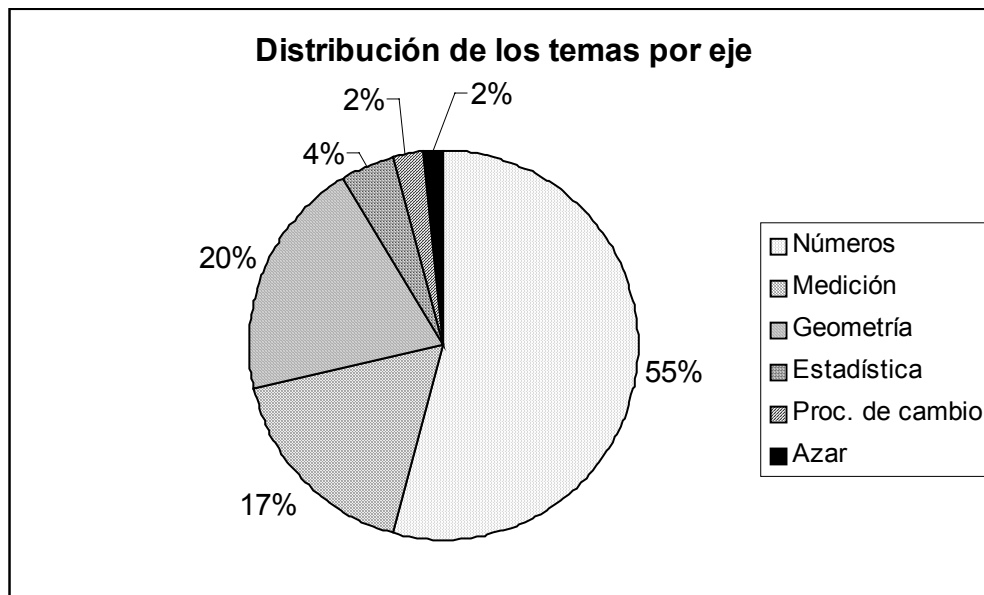
- El hecho de que se registrara la conceptualización solamente para el tema principal de una lección o ficha, y no para todos los contenidos abordados en ella, tiene la ventaja de que se obtiene una visión global del objetivo para el que está construida, pero la desventaja de que no registra con detalle todo el trabajo de adquisición conceptual que se realiza en ella. Así, por ejemplo, las lecciones de los libros de texto de quinto y sexto grados, que son muy complejas, tienen registrados temas asociados sólo a algunos de los múltiples contenidos que se trabajan en ellas, y el tipo de trabajo que se realiza con los demás no queda contemplado en la conceptualización; en estos grados, no se refleja entonces mucho trabajo de aplicación y de uso de los contenidos que no corresponden al tema principal. A pesar de esta desventaja, el análisis de las conceptualizaciones es un indicador global del proceso de construcción conceptual.
- Aunque para la mayoría de las unidades de análisis se registró sólo un tema y su correspondiente conceptualización, hay algunas para las que no se registró ninguno



(son unidades de análisis que tienen énfasis en algún aspecto que no es un tema), y otras para las que se registró más de un tema y sus correspondientes conceptualizaciones. Esto da un registro total de 696 temas y sus respectivas conceptualizaciones, número que es mayor al total de unidades de análisis (590). El trabajo que se realizará aquí se refiere al total de temas registrados y no al total de lecciones o fichas.

Presentaremos un análisis de las conceptualizaciones con dos perspectivas: por una parte por tema, en donde éstos se han agrupado según su correspondencia con los ejes temáticos, y por otra parte por grado.

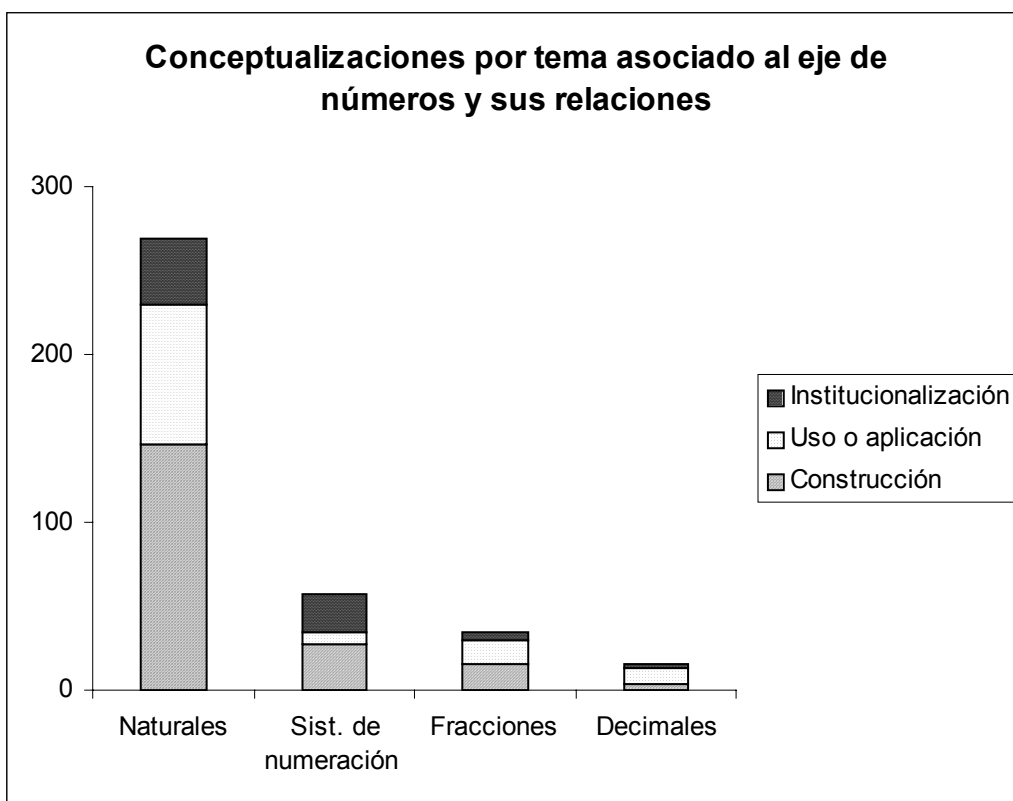
Al agrupar los temas por eje programático al que corresponden, se encuentra la siguiente distribución:



Cabe observar que esta gráfica es muy similar a la presentada en la sección anterior, que se refería a la distribución de los contenidos de resolución de problemas, con la salvedad de que ahora sí aparecen, aunque sea marginalmente, los temas relacionados con el azar y la probabilidad. Esta congruencia global indica, por una parte, que una

distribución como éstas describe el peso que la primaria asigna a cada eje, y, por otra, que a pesar de que muchos de los contenidos tratados en las unidades de análisis no aparecen al hacer el estudio por tema, estamos en lo correcto al afirmar que este estudio sí es un indicador del proceso global de construcción conceptual.

Al agrupar los temas correspondientes al eje de aritmética en todos los grados, se encuentra que 377 de las conceptualizaciones (55% del total) corresponden a estos temas; de ellas, 51% es de construcción, 30% de uso o aplicación y 19% de institucionalización. La distribución de las conceptualizaciones en los distintos temas se muestra en la siguiente gráfica.

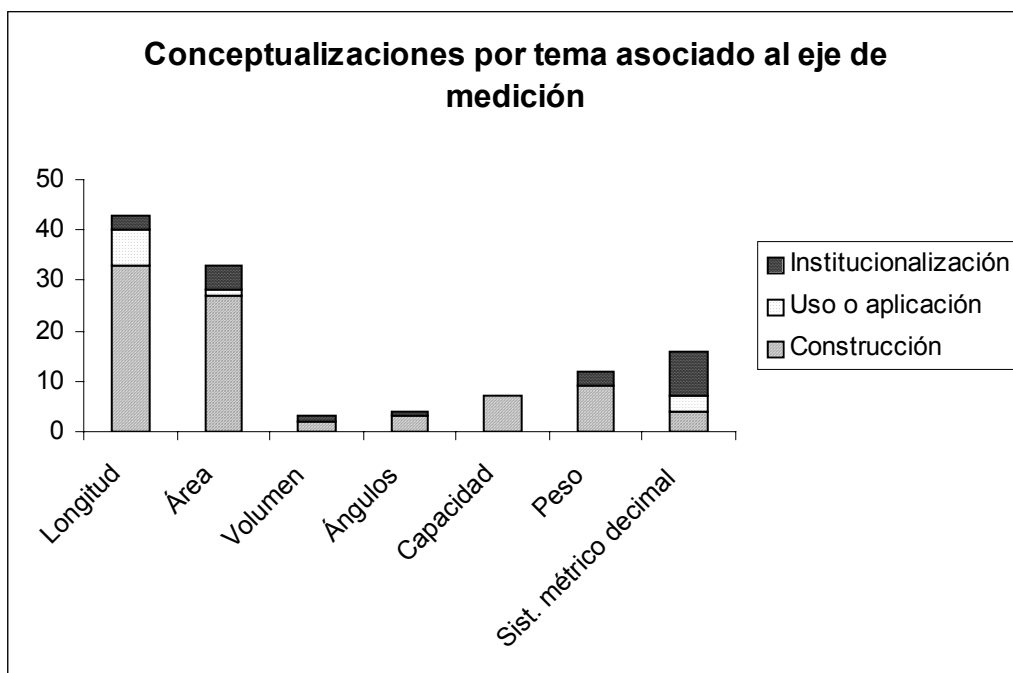


La mayoría de estas conceptualizaciones corresponden a los números naturales (269 conceptualizaciones); de ellas, 55% es de construcción, 31% de uso o aplicación y 14% de institucionalización. El tema que sigue al de números naturales es el sistema de numeración decimal (57 conceptualizaciones), en el que 48% es de construcción, 13% de uso o aplicación y 41% de institucionalización. Con menos conceptualizaciones (35)

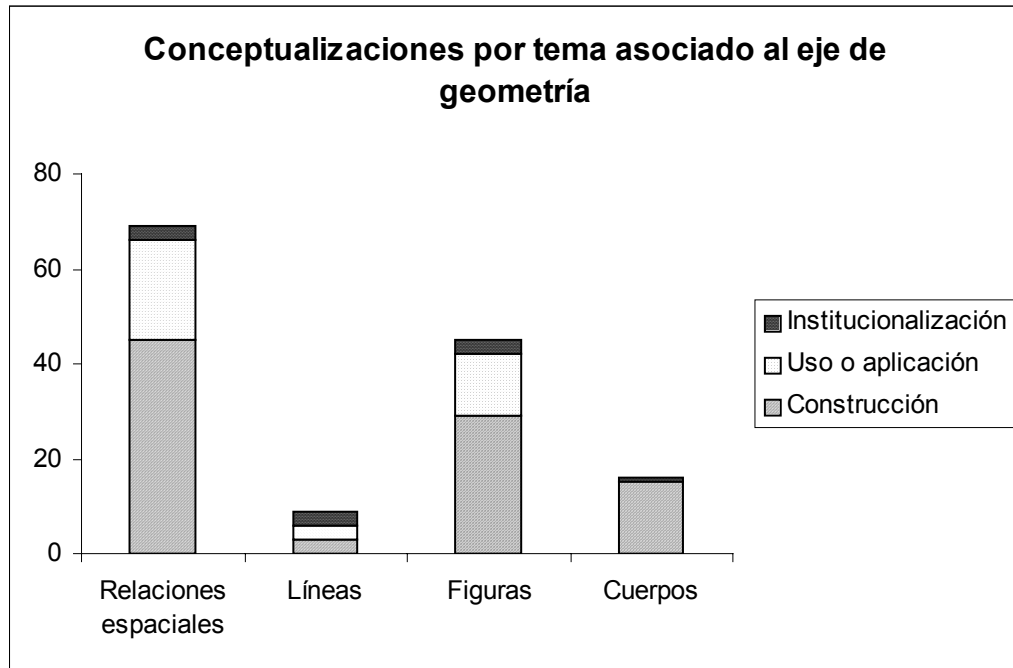
sigue el tema de números fraccionarios, donde 43% es de construcción, 43% de uso o aplicación y 14% de institucionalización. Finalmente, sólo 16 conceptualizaciones corresponden al tema de números decimales, de las que 25% son de construcción, 56% de uso o aplicación y 19% de institucionalización.

Llaman la atención en esta gráfica varios puntos. Por un lado, resalta la fuerte dosis de trabajo con los números naturales y, dentro de éste, el fuerte peso de la construcción conceptual. Cabe observar que, aunque en cantidades mucho más pequeñas, la distribución de conceptualización en el trabajo con fracciones es similar a la de números naturales. En el otro extremo, destaca la muy pequeña cantidad de trabajo realizado con números decimales como tema principal y, dentro de éste, el poco peso concedido a la construcción conceptual: es el tema con menor porcentaje de construcción. Por la naturaleza del tema, el trabajo con el sistema de numeración decimal cuenta con el menor porcentaje de uso, pero en cambio con el mayor porcentaje de institucionalización.

Los temas asociados al eje de medición son 120 (17% del total); de ellos 72% son de construcción, 13% de uso o aplicación y 16% de institucionalización. Aquí es de observar el fuerte peso concedido globalmente al trabajo de construcción y el poco peso concedido al uso. Este último se encuentra en las mediciones de longitudes, en el sistema métrico decimal y, de manera muy marginal, en las mediciones de áreas, como se puede ver en la siguiente gráfica. En ella se aprecia que el tema más representado en esta familia es la medición de longitudes, con 43 conceptualizaciones; de ellas, 77% son de construcción, 16% de uso o aplicación y 7% de institucionalización. Le sigue la medición de áreas, con 32 conceptualizaciones, de las que 82% son de construcción, 3% de uso o aplicación y 15% de institucionalización, y después el tema de sistema métrico decimal, que tiene una distribución de 25%, 19% y 56%, respectivamente. Los demás temas correspondientes a este eje están muy pobremente representados; llama en particular la atención que sólo hay 3 conceptualizaciones referentes al tema de volumen. En estos cuatro temas no hay uso o aplicación, y el trabajo de construcción ocupa por lo menos el 67% de cada uno.

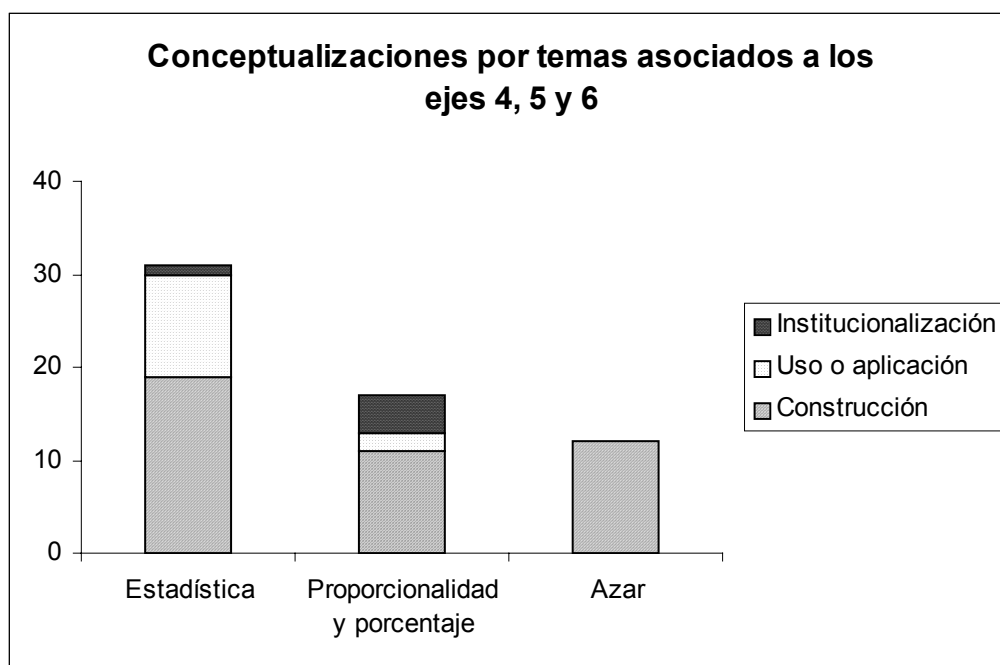


Los temas correspondientes al eje de geometría son 139 (20% del total); de ellos, 66% son de construcción, 27% de aplicación o uso y 7% de institucionalización. Los temas son: relaciones espaciales (que agrupa ubicación, plano cartesiano y simetría), líneas (que agrupa ángulos, paralelismo y perpendicularidad), figuras (que agrupa polígonos y círculo) y cuerpos (que agrupa poliedros por una parte, y esfera, cono y cilindro por otra). La distribución de las conceptualizaciones en estos cuatro temas se muestra en la siguiente gráfica. El tema más frecuente en esta familia es el de relaciones espaciales, con 69 conceptualizaciones, que se distribuyen (en el orden que hemos estado utilizando) 65%–30%–4%. Le sigue el tema de figuras, con 45 conceptualizaciones en la distribución 64%–29%–7% y el tema de cuerpos, con 16 conceptualizaciones en la distribución 94%–0%–6%. El tema con menor representación es el de líneas, con sólo 9 conceptualizaciones en la distribución 33%–33%–33%.



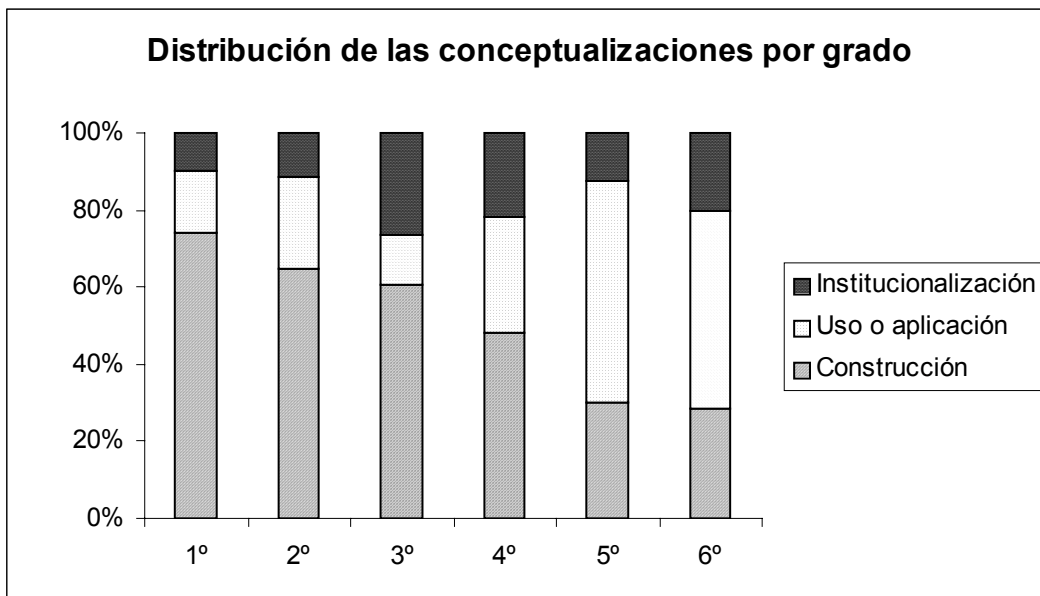
De esta gráfica cabe destacar el poco peso concedido al tema de cuerpos geométricos y, dentro de éste, el nulo trabajo de uso o aplicación.

Las 60 conceptualizaciones restantes (8% del total) se han agrupado en una sola gráfica. Tienen globalmente una distribución 70%–22%–8%.



Los temas agrupados en esta última gráfica son: estadística, con 31 conceptualizaciones en la distribución 61%–35%–3%, proporcionalidad y porcentaje, con 17 conceptualizaciones en la distribución 65%–12%–24%, y azar, con 12 conceptualizaciones en la distribución 100%–0%–0%. Aquí cabe destacar el poco uso de los temas de proporcionalidad y porcentaje, y la carencia total de este tipo de conceptualización en el tema de azar.

Para finalizar esta sección presentamos una gráfica que muestra la distribución de conceptualizaciones a lo largo de la primaria: aquí se han agrupado todos los temas, y se ilustran los porcentajes de las tres categorías en cada uno de los seis grados.



Como se puede apreciar, el trabajo de construcción conceptual ocurre sobre todo en los primeros tres grados y disminuye posteriormente; ocupa porcentajes de 30% y 29% en los últimos dos. En estos dos grados, en cambio, es donde es más fuerte el trabajo de uso o aplicación, con porcentajes de 58% y 51% respectivamente. La institucionalización ocurre principalmente en tercer grado (27%), en cuarto (22%) y en sexto (20%). Si se observan las barras de la gráfica por ciclos, destaca el hecho de que en el segundo grado de cada ciclo hay algo menos de trabajo de construcción y mayor uso o institucionalización que en el primero de ellos.

## **4.5 HABILIDADES**

En esta sección se hará un breve análisis de las habilidades puestas en juego por las unidades de análisis estudiadas; es decir, de las habilidades que el trabajo propuesto por las distintas lecciones de los libros de texto o fichas del fichero permite que los niños desarrollen. Se presentan los resultados por grupo de habilidades, y se hacen seguimientos a lo largo de la primaria. Al final se plantea una serie de observaciones generales

### **4.5.1 Cálculo**

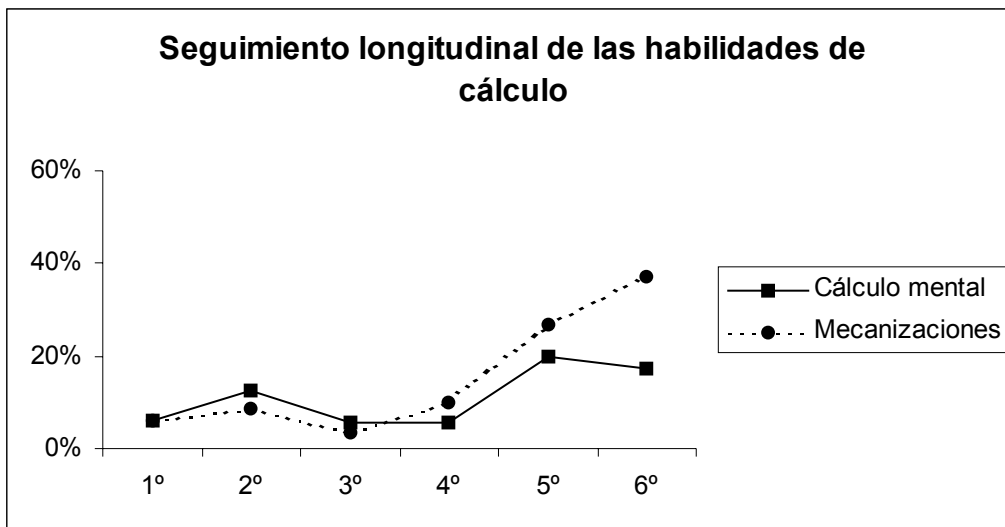
Las dos habilidades relacionadas con el cálculo que fueron consideradas fueron el cálculo mental y las mecanizaciones.

Por la propia naturaleza del cálculo mental, el libro de texto es, en principio, un material poco adecuado para desarrollarlo. En este sentido, el diseño del fichero de actividades, donde los ejercicios y problemas son propuestos por el maestro a los alumnos sin el intermediario de un material escrito que sea visto por los niños, se presta mucho más al desarrollo del cálculo mental. Así, por ejemplo, en once de las 61 fichas del fichero de primer grado se promueve el cálculo mental, mientras que ninguna de las lecciones del libro de texto aborda esta habilidad; en sexto grado tres de las 41 fichas del fichero están destinadas al cálculo mental (respectivamente destinadas a las operaciones con números naturales, al cálculo de porcentajes y a operaciones con números decimales). A pesar de ello, cerca de seis lecciones de cada libro promueven de todas formas el cálculo mental.

En cuanto a las mecanizaciones, éstas sí pueden ser fácilmente presentadas en un libro de texto, aunque, como se indica en algunos libros para el maestro, este tipo de actividades pueden ser propuestas por el maestro sin necesidad de recurrir a libro alguno.

En los materiales estudiados, estas dos habilidades tuvieron los pesos relativos que se muestran en la siguiente gráfica. Como se puede apreciar en ella, el grado que más

atención dedica al cálculo mental es quinto (con 20% de las lecciones), y el que menos atención le dedica es cuarto (5%). Las mecanizaciones reciben una atención creciente, salvo por una disminución en tercer grado, llegando hasta 37% en sexto grado.

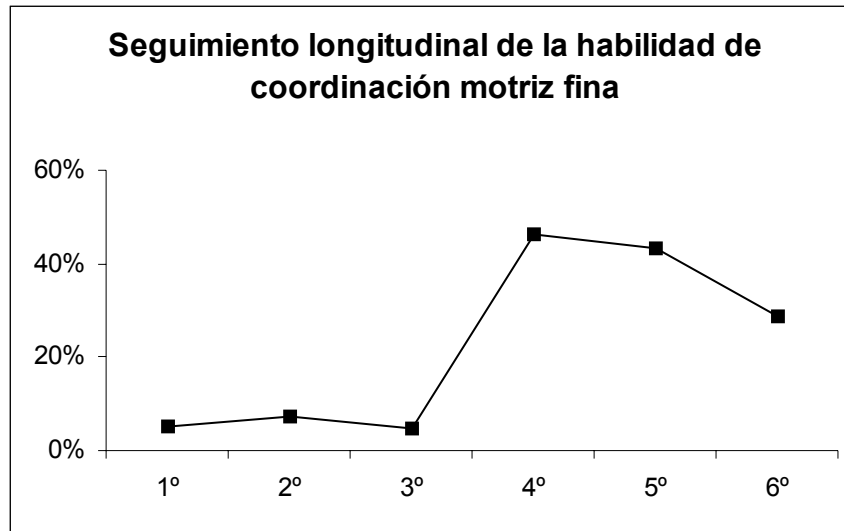


#### 4.5.2 Coordinación motriz fina

La coordinación motriz fina es desarrollada en los primeros grados principalmente con armados de rompecabezas y de teselaciones, con el trazo de contornos de figuras y cuerpos y con doblado y recortado de papel. A partir de cuarto grado se empiezan a hacer trazos con el juego de geometría, y la precisión que se pide en ellos va en aumento.

La siguiente gráfica muestra el peso relativo que las distintas unidades consideradas en el análisis le conceden al desarrollo de esta habilidad. Como puede apreciarse en ella, el peso es bajo en los primeros tres grados, y luego sube hasta alcanzar un máximo de 46% en cuarto grado, para descender gradualmente hasta 29% en sexto grado.





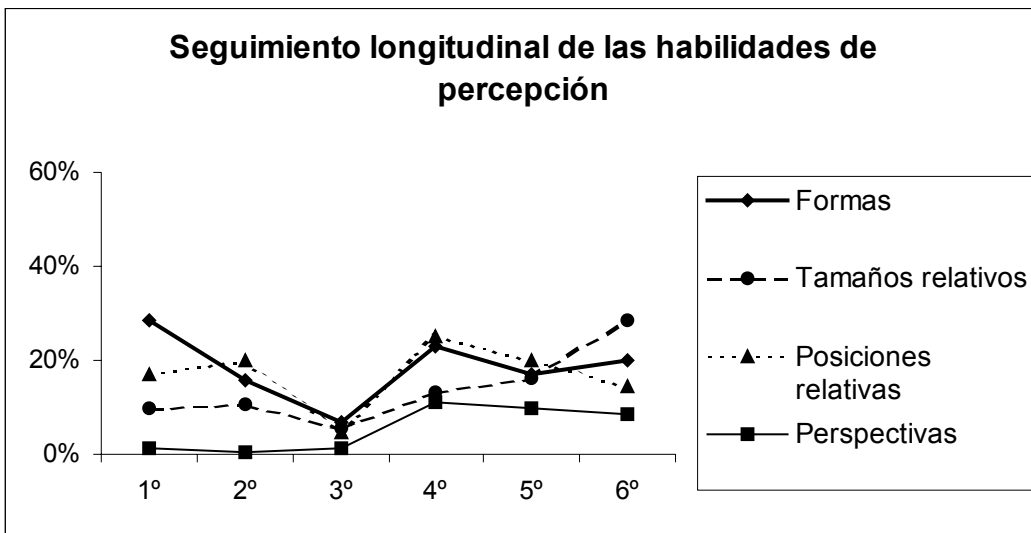
### 4.5.3 Percepción

Las habilidades relacionadas con la percepción son cuatro. Por una parte se considera la percepción de formas en el plano y el espacio, que inicia desde primer grado con la observación y manipulación de objetos redondos, puntiagudos, etc. y la identificación de las figuras básicas, y culmina en sexto con la percepción de ángulos y polígonos cóncavos y convexos (aunque sin asignarles nombres a estas categorías), así como con la reconstrucción mental de cuerpos armados con cubos. Por otra parte se considera la habilidad de percepción de tamaños relativos también en el plano y en el espacio, que arranca en primer grado con la distinción de “grande”, “mediano”, “chico”, y culmina en sexto grado con la percepción de tamaños relativos de lados y ángulos de polígonos, y con la imaginación de distancias geográficas y astronómicas, por ejemplo. Se considera también la habilidad de percibir posiciones relativas, que inicia en primer con conceptos como “lejos” y “cerca” y termina en sexto con la ubicación en el plano cartesiano y la detección de caras no visibles en los cuerpos.

Una cuarta habilidad considerada en esta categoría es la percepción de perspectivas. En este sentido cabe anotar que con mucha frecuencia en los dibujos que acompañan a las lecciones de los libros de texto éstas están muy descuidadas. Valgan, a modo de ejemplo, los siguientes dos casos: en primer grado, en una lección aparecen, entre otras aberraciones, una vaca y una gallina que están en un mismo plano pero son del mismo tamaño, y un campesino, ubicado detrás de un edificio, que es más alto que éste

(LN1, p. 12). En el otro ejemplo, tomado del libro de sexto grado, una escultura situada frente a un edificio aparenta medir aproximadamente 6 m, cuando en los cálculos de la lección se llega a la conclusión de que mide 12 m (LN6, p. 80). Así, aunque haya lecciones destinadas al desarrollo de la percepción de la perspectiva, en otras este trabajo se ve mermado por la mala calidad del apoyo gráfico.

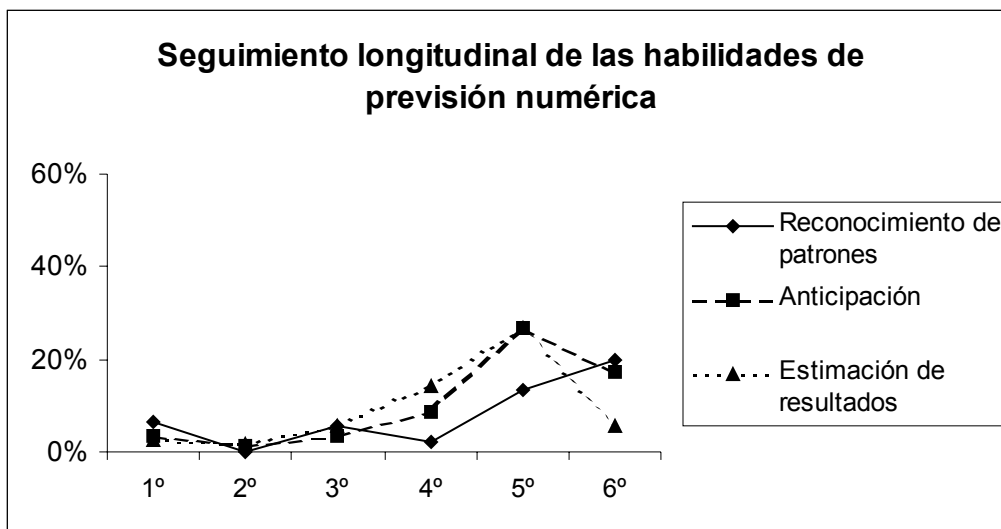
La siguiente gráfica muestra el peso relativo que se concede en las unidades de análisis al desarrollo de estas habilidades. La que recibe mayor atención es la percepción de formas, que supera el 20% en primero, cuarto y sexto grados y tiene un mínimo de 6% en tercero. Esta habilidad es seguida por la percepción de posiciones relativas, que arranca en primero y segundo grados con alrededor de 18%, desciende hasta 5% en tercero, alcanza un máximo de 25% en cuarto y desciende gradualmente hasta 14% en sexto. Un comportamiento similar, aunque con porcentajes menores, es el de la percepción de tamaños relativos, que empieza con un peso relativo de 10% en primero y segundo, baja hasta 5% en tercero, y luego sube hasta 29% en sexto. Por último, la habilidad de percepción de perspectivas es la menos atendida: solamente en los últimos tres grados se le dedica atención, y con un peso relativo que no rebasa el 11%.



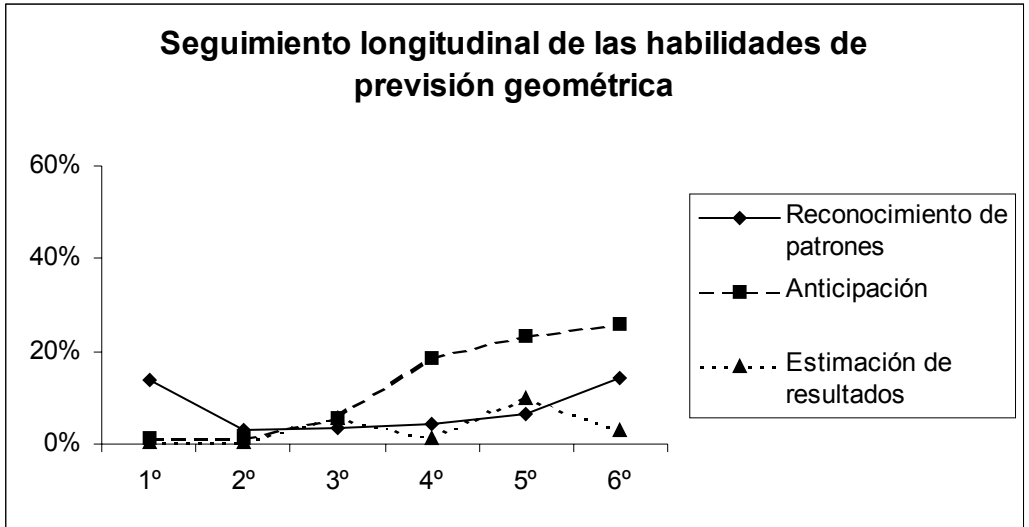
#### 4.5.4 Previsión

Seis son las habilidades consideradas en este rubro: el reconocimiento de patrones numéricos y geométricos, la anticipación numérica y de disposición espacial, y la estimación de resultados numéricos y de disposición espacial.

De éstas, las tres habilidades numéricas son poco atendidas en los primeros tres grados. La anticipación numérica llega a un máximo de 27% en quinto grado y desciende un poco en sexto; la estimación de resultados también alcanza un máximo en quinto y luego desciende hasta 6% en sexto; el reconocimiento de patrones sube gradualmente hasta alcanzar el 20% en sexto grado. Todo ello se puede apreciar en la siguiente gráfica.

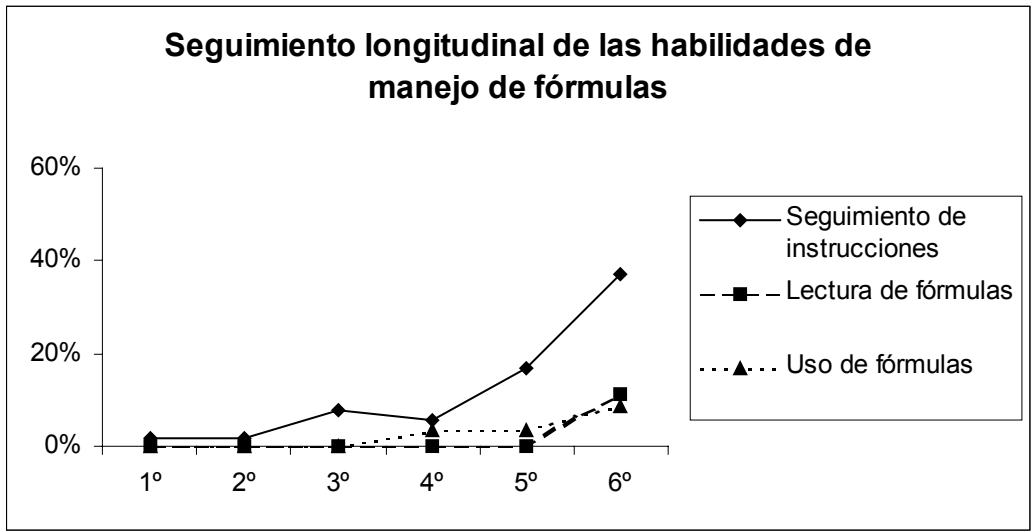


Un comportamiento similar es seguido por las habilidades de previsión geométrica, aunque aquí el reconocimiento de patrones recibe tanta atención en primer grado como en sexto (14%), y la anticipación no baja en sexto sino que mantiene la tendencia de crecimiento, llegando ahí a un máximo de 26%. Esto se puede observar en la siguiente gráfica.



#### 4.5.5 Manejo de fórmulas

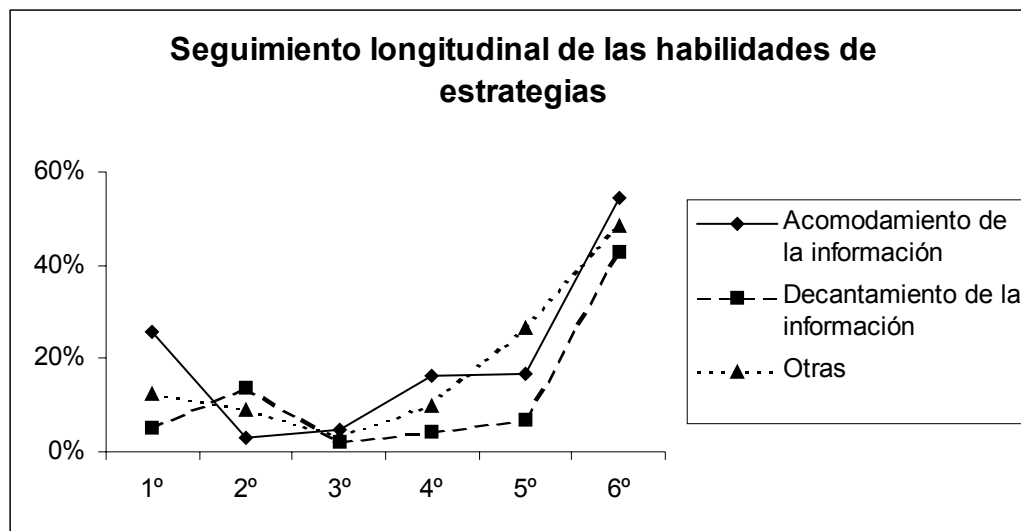
Así como el uso de fórmulas es un antecedente para el aprendizaje del álgebra en secundaria, el seguimiento de instrucciones es a su vez un antecedente para el aprendizaje de la lectura y el uso de fórmulas. Esta habilidad se desarrolla desde tercer grado, alcanzando un peso relativo máximo de 37% en sexto. En cuanto a la lectura y el uso de fórmulas, estas habilidades sólo se desarrollan en el último grado de la primaria. Todo ello se puede apreciar en la siguiente gráfica.



#### 4.5.6 Estrategias

Dentro de las estrategias que el alumno puede desarrollar para la resolución de problemas, se reconocieron el acomodamiento de la información, el decantamiento de la información, el ensayo y error, el planteamiento de la pregunta adecuada, y el trabajo en reversa. Las dos primeras se presentan con frecuencia ante el planteamiento de problemas diversos: el alumno debe saber cómo utilizar la información que se le plantea, y también suele ocurrir que deba decidir cuál información es la que va a utilizar y cuál no. En cuanto a las otras tres, no siempre se puede saber cuándo un alumno está utilizándolas y, por ende, desarrollándolas. Pensemos, por ejemplo, en el armado de un rompecabezas: el sujeto puede ir probando si cada pieza cabe en un lugar determinado (ensayo y error), o buscar una pieza que tenga las características de forma y dibujo necesarias para ese lugar (planteamiento de la pregunta adecuada).

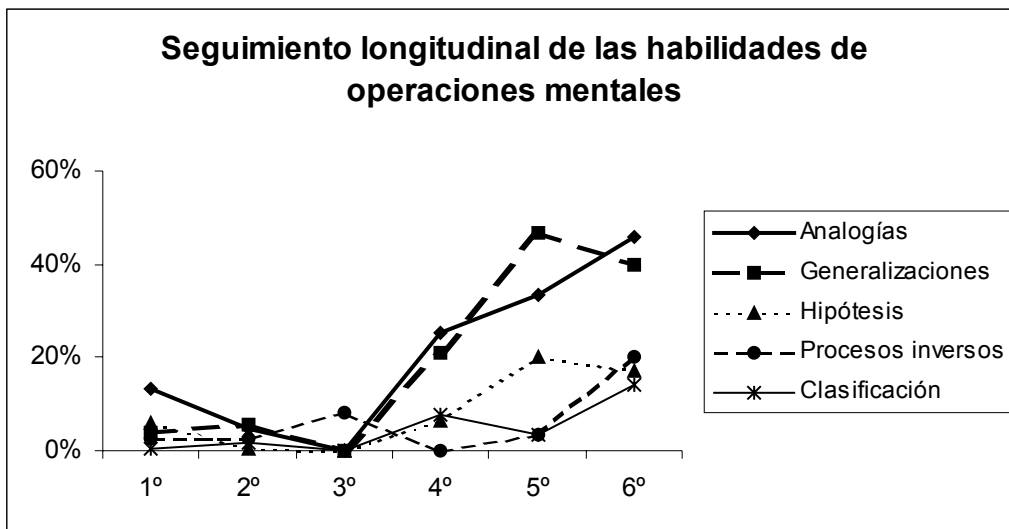
Por esta razón, estas tres habilidades se han juntado en la siguiente gráfica, que muestra el peso relativo de las habilidades de esta familia en los seis grados. El comportamiento global es partir de valores medios (alrededor de 12%) en los primeros dos grados, bajar a valores mínimos (3%) en tercero, y luego subir hasta alcanzar máximos de entre 43% y 54% en sexto.



#### 4.5.7 Operaciones mentales

Como operaciones mentales se consideraron las analogías, las generalizaciones, el planteamiento de hipótesis, los procesos inversos y la clasificación.

El establecimiento de analogías entre objetos matemáticos similares se desarrolla bastante en primer grado (en 13% de las unidades de análisis se hace trabajo al respecto), y luego el peso relativo desciende hasta una atención nula en tercero y vuelve a subir hasta un máximo de 46% en sexto. La realización de generalizaciones se presenta con valores bajos en los primeros dos grados y nulos en tercero, sube hasta un máximo de 47% en quinto y baja ligeramente en sexto (40%). Las otras tres habilidades mantienen valores bajos, con una tendencia al alza a medida que progresa la primaria. Todo ello se puede apreciar en la siguiente gráfica.

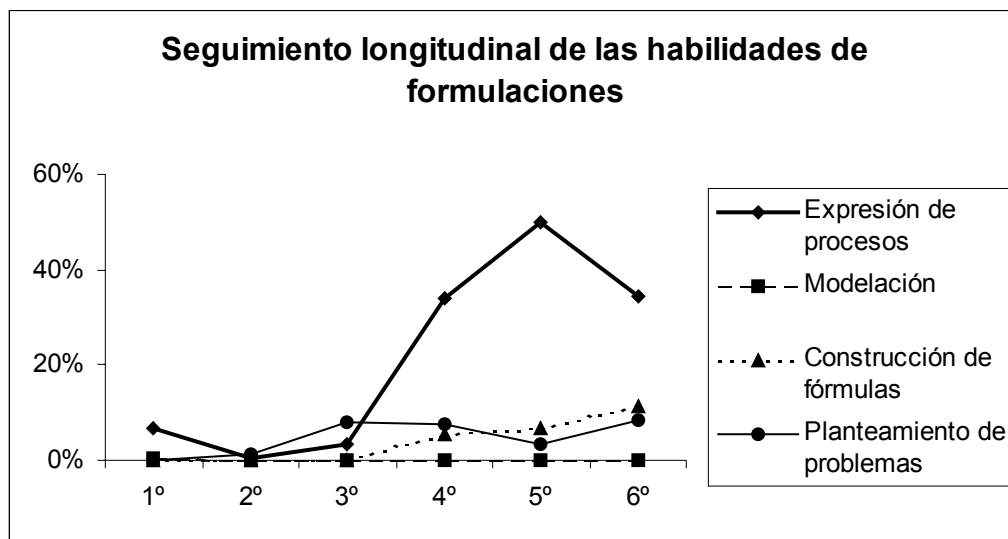


#### 4.5.8 Formulaciones

Las habilidades reconocidas dentro de la familia de formulaciones son la expresión de procesos, la modelación, la construcción de fórmulas y el planteamiento de problemas. De ellas, sin embargo, no fue detectada ninguna unidad de análisis de los seis grados en que se desarrollara la modelación, que sería también un antecedente conveniente

para el aprendizaje del álgebra en secundaria. En cuanto al planteamiento de problemas, está íntimamente relacionado con los contenidos de invención de problemas y con el énfasis en este mismo punto. Por su parte, la construcción de fórmulas se puede ver como un caso particular de las generalizaciones de la familia de las operaciones mentales.

El peso relativo de estas habilidades se muestra en la siguiente gráfica. En ella se observa un gran desarrollo de la habilidad de expresión de procesos (por ejemplo, ante el planteamiento de la consigna “explica a tus compañeros cómo llegaste al resultado”), que llega a un peso relativo máximo de 50% en quinto grado. Las demás habilidades (salvo, como se mencionó antes, la modelación) se mantienen en pesos relativamente bajos.



#### 4.5.9 Observaciones generales

En el transcurso de la primaria, el alumno tiene ocasión de desarrollar muchas habilidades gracias a los materiales que se le brindan en la actual propuesta. Aunque no es prerrogativa de ella el desarrollo de habilidades, puesto que en propuestas anteriores esta preocupación ya se había manifestado, sí se puede afirmar que se ha cuidado par-

ticularmente este aspecto educativo, sobre todo en lo concerniente a las habilidades relacionadas con la resolución de problemas y el tratamiento de la información.

Cabe señalar que el hecho de que la propuesta permita el desarrollo de las habilidades no implica que las habilidades efectivamente se desarrollen, y mucho menos que se desarrollen a satisfacción para las necesidades ulteriores de los alumnos tanto en sus estudios subsecuentes como para la resolución de problemas en la vida diaria.

El análisis que hemos realizado muestra que, aunque en lo global hay un gran esfuerzo por el desarrollo de habilidades, hay algunas carencias. Entre ellas, destacan el poco énfasis concedido a la percepción de perspectivas, la nula atención concedida a la modelación (que, aunque fuera en casos muy sencillos, podría iniciarse en los últimos grados de la primaria), y el bajo peso de las habilidades de estimación de resultados en sexto grado. Por otra parte, en tercer grado hay en general muy poca atención al desarrollo de habilidades.



## 4.6 LÉXICO

A lo largo de la educación primaria el alumno va adquiriendo un vocabulario matemático que es característico de la actual propuesta educativa. Aunque evidentemente permanecen muchos términos que son comunes a las propuestas anteriores (como los términos *número*, *suma*, *triángulo*, etc.), han desaparecido los términos correspondientes al enfoque formalista de la propuesta de los años 70 (como *conjunto*, *pertenecer*, etc.), y han aparecido nuevos términos que corresponden al énfasis actual en la resolución de problemas (como *procedimiento*, *verificar*, etc.).

En la nueva propuesta se puede hablar de dos campos semánticos: el de las matemáticas aprendidas por los niños en la escuela primaria, que se puede manejar a través de los libros del niño, y el vocabulario manejado por la SEP en los materiales de matemáticas dirigidos al docente: el planes y programas, los libros para el maestro, los avances programáticos, e incluso los ficheros de actividades, que aunque contienen actividades destinadas a los niños están dirigidos al maestro.

Aunque ambos campos semánticos tienen mucho en común, en el segundo se manejan términos y expresiones que no aparecen en el primero, y que también son característicos de la actual propuesta. Ejemplos de ello son: *buscar la estrategia*, *explicar procedimientos*, *validar o rectificar procedimientos o estrategias*, *verificar o cuestionar las hipótesis*, *inferir*, *contraejemplo*, *motivar la verificación y expresión de procedimientos*, *soluciones y justificaciones*, etc. Algo digno de mención es la cantidad de términos de origen matemático que no están en los materiales dirigidos al niño pero sí aparecen en los que están dirigidos al maestro, como *algoritmo*, *adición*, *sustracción*, *razón*, *cociente*, *combinatoria*, *permutación*, *dimensiones*, *magnitud*, *cantidades discretas y continuas*, *ejes de coordenadas*, *coordenadas cartesianas*, *pares ordenados*, *intervalos*, *variación aditiva*, *sucesos aleatorios*, *matematizar situaciones*, etc. También se manejan en los materiales dirigidos al docente elementos usuales en investigación en educación matemática, como *operador multiplicativo*, *representación simbólica*, *tasativo*, *igualar colecciones*, etc. Sin embargo, es de observar que hay algunos términos ampliamente cono-

cidos que se han perdido en la actual propuesta, incluso en los materiales dirigidos al docente; un ejemplo notable es el término *aritmética*, que ha sido sustituido (innecesariamente, a nuestro modo de ver) por la larga expresión *los números, sus relaciones y sus operaciones*. Asimismo, los libros para el maestro utilizan ocasionalmente expresiones muy complejas para referirse a acciones sencillas, como la siguiente, tomada del de primer grado y que se refiere sin duda al conteo: “*uso de los números para cuantificar el total de objetos de las colecciones (aspecto cardinal)*”.

Aparte de los ejemplos anteriores, incluidos aquí solamente para dar una semblanza del vocabulario utilizado en los documentos dirigidos al docente, nuestro interés en esta sección se centra en el primer campo semántico: describiremos a grandes rasgos el léxico correspondiente a las matemáticas aprendidas por los niños en la escuela primaria. Este análisis está basado exclusivamente en los seis libros del niño, y no pretende contener una lista exhaustiva del vocabulario empleado, sino recoger lo esencial: el léxico que puede permanecer como vocabulario activo o pasivo de los alumnos que han trabajado estos materiales. Se presentan los resultados en una clasificación que corresponde aproximadamente a los seis ejes temáticos contemplados en los programas de la materia.

#### **4.6.1 Léxico asociado a los números**

El sustantivo *número* y el adjetivo *numérico* aparecen desde el primer grado y se manejan a lo largo de toda la primaria. Los sustantivos *cantidad*, *cifra* y *dígito* aparecen desde segundo grado y también se siguen utilizando. Los dígitos escritos con numerales aparecen desde primer grado; los números naturales aparecen en todos los grados, con complejidad gradualmente creciente: hasta de dos cifras en primer grado, hasta de tres en segundo, hasta de cuatro en tercero, hasta de cinco en cuarto, hasta de seis en quinto y finalmente en sexto aparecen números hasta del orden de los miles de millones. Lo mismo ocurre con la numeración oral; cabe resaltar que aún en sexto grado se hacen diversos ejercicios para relacionar ambos modos de representación numérica. En cuarto y en sexto grados aparecen los términos *antecesor* y *sucesor*. En el tema de conteo se manejan los términos *contar* (desde primer grado), y *numerar* y *enumerar*

(desde segundo), pero también desde primero el término *serie* y muchas expresiones ligadas al término *cuántos*: *cuántos hay*, *cuántos son*, etc.; a partir del cuarto grado aparecen también la expresión *de cuántas maneras distintas* y los términos *combinación* y *combinar*.

Los números decimales aparecen desde cuarto grado y se denominan al principio *particiones decimales* y luego *decimales*, y a partir de quinto *números decimales* o *fracciones decimales*, pero aunque el punto decimal se utiliza desde el principio, el término *punto decimal* se maneja solamente desde quinto grado.

En cuanto al sistema decimal de numeración, los nombres de los distintos órdenes aparecen progresivamente a partir de segundo grado: *unidad*, *decena*, *centena* y *ciento* en segundo, *millar* en tercero, *unidad de millar* y *decena de millar* en cuarto, *centena de millar* y *millón* en quinto, y *decena de millón*, *centena de millón* y *millar de millón* en sexto. Algo similar ocurre con los órdenes menores de la unidad: *décimo* y *centésimo* aparecen en cuarto, *milésimo* en quinto y llega hasta *diezmillonésimo* en sexto. La formalización del sistema decimal empieza en quinto grado, con la introducción de los términos *orden* y *clase* así como de la expresión *notación desarrollada*, y culmina en sexto con los términos *periodo*, *sistema decimal* y *sistema posicional*; previamente al manejo de esta terminología formal se utilizaron sistemas figurativos con el empleo de objetos como bolsas y cajas, tiras, cuadritos y cuadrados grandes para representar los diferentes órdenes.

Las fracciones se empiezan a ver desde tercer grado, aunque en segundo aparece ya la palabra *mitad*. Los nombres de fracciones sencillas como *un medio* y *un cuarto* aparecen en tercero y luego se van complicando a lo largo de toda la primaria hasta terminar en sexto grado con fracciones mixtas como *cuatro enteros dos tercios*. La notación  $\frac{p}{q}$  se utiliza a partir de tercer grado y la de fracciones mixtas,  $n\frac{p}{q}$ , desde quinto (con el antecedente  $n+\frac{p}{q}$  en tercero y cuarto). Como en muchos otros casos, la terminología aparece después del manejo de los objetos matemáticos: así, el término *parte* aparece

en tercero y el término *fracción* en cuarto, mientras que los términos asociados a las fracciones *parte entera*, *simplificar*, *convertir* y *equivalente* aparecen en quinto y los términos *numerador*, *denominador*, *denominador común*, *fracción simple*, *fracción impropia*, *fracción mixta*, *número mixto*, *número entero*, *parte fraccionaria mixta* y *reducir* aparecen en sexto grado.

Algo similar ocurre con los números ordinales. Aparecen desde primer grado solamente como palabras: *segundo*, *tercero*, *quinto* y éstas se siguen manejando hasta quinto grado con complejidad creciente, aunque ya desde tercero se manejan expresiones como *trigésimo octavo*. La notación  $n^{\circ}$  (como en  $1^{\circ}$ ,  $2^{\circ}$ ,  $3^{\circ}$ , etc.) aparece desde segundo grado, y la expresión *número ordinal* en tercero.

En cuanto a los números romanos, se presentan en quinto y sexto grados, incluyendo la expresión *número romano*.

Por último, una clase particular de notación numérica es la que se usa para expresar horas y minutos,  $n:m$ , que se maneja desde tercer grado.

#### **4.6.2 Léxico asociado a las operaciones**

Varios son los términos utilizados para referirse a la realización y obtención del resultado de una operación aritmética: *operación*, *obtener*, *cuenta* y *total* aparecen desde primer grado junto con el signo  $=$ ; *cálculo* y *calcular* aparecen desde segundo; *dar* y *operar* aparecen desde quinto y *efectuar* aparece en sexto. Otros términos asociados en general con las operaciones son los siguientes: *signo* (de una operación) aparece ya desde primer grado, la línea horizontal que sustituye al signo  $=$  en las operaciones verticales aparece desde segundo, *cálculo mental* aparece desde cuarto y *calculadora* aparece en los libros del niño desde quinto.

La suma y su signo  $+$  se empiezan a manejar desde primer grado, junto con los términos *suma*, *más* y *agregar*; el término *sumar* aparece desde segundo grado, el sustantivo *sumando* desde quinto y los verbos *augmentar* y *llevar* en sexto.

La resta, el término *menos* y el signo  $-$  se empiezan a manejar también desde primer grado, utilizando ahí los verbos *quedar*, *sobrar* y *faltar* para referirse a la operación; los términos *resta* y *restar*, junto con *quitar*, aparecen desde segundo y el término *diferencia* desde tercero, mientras que *descontar* y la expresión *cuántos más* aparecen en cuarto y los sustantivos *excedente* y *faltante* se presentan en quinto.

La multiplicación y su signo  $\times$  aparecen desde segundo grado, junto con los términos *multiplicar*, *multiplicación*, *por* y la expresión *(n) veces*; las tablas de multiplicación se llaman *cuadro de multiplicaciones* en segundo grado y *tabla de multiplicar* en tercero. Los términos *doble* y *triple* aparecen respectivamente desde segundo y cuarto grados. El sustantivo *producto* aparece desde quinto grado.

Antecedentes de la división aparecen desde primero y segundo grados, asociados a los términos *tocarle a cada quien*, *alcanzar*, *repartir* y *caber (n) veces*. La división como tal aparece en tercer grado, junto con la “casita” para efectuar la operación, el signo  $\div$  y los términos *división*, *dividir*, *entre*, *reparto* y *sobrar* (este último asociado al residuo). A estos términos se agregan *partición*, *resto* y la expresión *repartir en partes iguales* en cuarto grado y finalmente *cociente* y *residuo* en sexto. Es en este último grado donde aparecen también fórmulas, que incluyen el uso de la raya usual para las fracciones para denotar la operación de división (como en  $\frac{200+300}{2}$  ).

Un tema relacionado con la multiplicación y división de números naturales, el tema de divisibilidad, tiene una distribución muy irregular: el término *par* aparece desde segundo grado, *non* aparece solamente en cuarto grado e *impar* hasta sexto; el término *múltiplo* aparece en una lección de segundo grado y luego desaparece en los tres siguientes, y vuelve a aparecer solamente hasta sexto grado, junto con *divisor* (que aparece también en quinto grado), y las expresiones *múltiplo común*, *divisor común*, *mínimo común múltiplo* y *máximo común divisor*.

Por último, la potenciación, junto con el término *potencia*, aparece someramente en sexto grado, aunque la notación con un superíndice <sup>2</sup> ó <sup>3</sup> se maneja en las unidades del sistema métrico decimal desde cuarto grado.

### 4.6.3 Léxico asociado a la medición

Los procesos de medición arrancan desde primer grado, asociados ahí solamente a los términos *tamaño* y *cuánto*. Los términos *medir*, *medida* y *unidad*, junto con el mecanismo *qué tanto* aparecen desde segundo grado. Los términos *instrumento* y *marcar* aparecen en cuarto grado, mientras que *indicar*, *medidor* y *dimensión* aparecen en quinto, y *marcador*, *medición* y *nivel* en sexto.

Los términos asociados a la longitud aparecen en el siguiente orden: *largo* desde primer grado, *estatura* y *distancia* desde segundo, *ancho*, *alto* y *perímetro* desde tercero, *grosor* y *longitud* en cuarto, *kilometraje* y *talla* en quinto, y *grueso* en sexto. Los instrumentos aparecen también de una manera gradual: *regla* en segundo grado, *metro* en tercero, *cuenta-kilómetros* en cuarto y *cinta métrica* en quinto. En cuanto a las unidades, *cuarta* aparece en tercer grado; las unidades asociadas al Sistema Métrico Decimal se comentarán más adelante.

El área se empieza a abordar con términos como *cabrer* en primer grado y *cubrir* en segundo; los términos *superficie* y *área* aparecen en tercero, y *extensión* y *unidad cuadrada* en quinto.

Vale la pena observar que la cantidad de términos asociados a la longitud es mucho mayor que la de términos asociados al área. En el caso del volumen, hay un solo término, *volumen*, que aparece en quinto grado.

Se comentará más adelante, junto con otros términos geométricos, el léxico asociado a los ángulos; con respecto a su medición, el término *grado* aparece en cuarto grado, y *transportador* y la simbología ° aparecen en quinto.

Para la medición de la capacidad, se usa desde primer grado el verbo *cabere*. El término *capacidad* aparece en segundo grado, mientras que los términos *barril* (como unidad de medida) y *contener* aparecen respectivamente en quinto y sexto.

Con respecto a la medición del peso, se empieza con *pesado* y *balanza* en primer grado, en segundo aparecen *peso*, *pesar* y *equilibrar*, en tercero *pesa* y *báscula*, en cuarto *contener* y *contenido* y en quinto *onza troy* y *dinamómetro*.

El vocabulario asociado a la medición del tiempo se presenta de la siguiente manera: en primer grado aparecen los términos *reloj*, *calendario*, *día*, *semana* y *mes*; en segundo aparece *año*; en tercero aparecen *hora* y *minuto*; en cuarto aparecen *tiempo*, *fecha*, *segundo*, *lustro*, *década*, *manecilla* y *mensual*; en quinto aparecen *bimestre*, *trimestre*, *semestre*, *año bisiesto*, *trienio*, *sexenio*, *siglo* y *milenio*; en sexto aparecen *duración*, *transcurrir*, *periodo*, *AM* (pero no *PM*), *décima de segundo*, la abreviatura *min.*, *minutero*, *segundero*, *cronómetro*, *semanal* y también los términos menos usuales *mes sideral*, *mes sinódico* y *almanaque*.

Incluimos aquí otros temas de medición no contemplados específicamente en el programa. La medición de la temperatura se aborda solamente en los grados tercero y sexto: *temperatura*, *termómetro* y *grado centígrado* aparecen en tercero y *grado fahrenheit* junto con las abreviaturas  $^{\circ}\text{C}$  y  $^{\circ}\text{F}$  en sexto. La medición de la velocidad se aborda desde cuarto grado, con la expresión *metro por segundo*; *kilómetros por hora* y *km/h* aparecen en quinto y *velocidad* en sexto. En sexto grado se abordan otros temas de medición, a los que están asociados los términos *densidad*, *decibel*, *IMECA* y *manómetro*. En cuanto a los términos relacionados con el dinero, *costar*, *gastar* y *dinero* aparecen desde primer grado, junto con *peso* y  $\text{\$}$ ;<sup>10</sup> *centavo* aparece en cuarto, y *dólar* y  $\text{\$}$  aparecen en quinto.

---

<sup>10</sup> En las primeras ediciones de los libros se usaba *nuevo peso* y *N\\$*.

La expresión *sistema métrico decimal* aparece hasta quinto grado, junto con los términos aislados *deci*, *centi* y *mili*, pero las unidades del sistema y sus abreviaturas se empiezan a utilizar desde antes. En primer grado aparecen *g*, *kg* y *l* en ilustraciones; en segundo grado aparece *kilo*; en tercer grado aparecen *metro*, *centímetro*, *centímetro cuadrado*, *litro*, *ml*, *gramo* y *tonelada*; en cuarto grado aparecen *m*, *dm*, *cm*, *mm*, *decímetro*, *milímetro*, *kilómetro*,  $m^2$ ,  $cm^2$ , *metro cuadrado*, *kilogramo* y *mililitro*; en quinto grado aparecen *dam*, *hm*, *km*, *decámetro*,  $dm^3$ , *decámetro cuadrado*, *decímetro cúbico* y *centímetro cúbico*; en sexto grado aparecen *hectómetro*,  $km^2$ ,  $hm^2$ , *ha*,  $dam^2$ ,  $dm^2$ ,  $mm^2$ , *hectómetro cuadrado*, *hectárea*, *kilómetro cuadrado*,  $m^3$ ,  $cm^3$ , *metro cúbico*, *kl*, *hl*, *dal*, *dl*, *cl*, *kilolitro*, *hectolitro*, *decalitro*, *decilitro* y *t*.

El sistema inglés de medida se aborda inicialmente en quinto grado con *pulgada* y *equivalencia*, y mucho más ampliamente en sexto, con la expresión *sistema inglés* y los términos y abreviaturas *pie*, *yarda*, *milla*, *in*, *ft*, *yd*, *mi*, *galón*, *gl*, *libra*, *lb* y *mi/h*.

Asociadas a la medición aparecen en sexto grado una serie de fórmulas. El único perímetro expuesto como fórmula es la longitud de la circunferencia, que está expresada como  $c = \pi \times 2 \times r$  y como  $c = \pi \times d$ . Aparecen cinco fórmulas de áreas: la del rectángulo como  $A = b \times a$ , la del cuadrado como  $A = l \times l$ , la del triángulo como  $A = \frac{b \times a}{2}$ , la del trapecio como  $\frac{(B + b) \times a}{2}$  y la del rombo como  $\frac{D \times d}{2}$ . Finalmente, hay tres fórmulas de volúmenes: el del cubo como  $V = a^3$ , el del prisma rectangular como  $V = b \times a \times h$ , y el del prisma triangular como  $V = \frac{b \times a}{2} \times h$ .

#### 4.6.4 Léxico asociado a la geometría

El sustantivo *geometría* aparece solamente en sexto grado, aunque el adjetivo *geométrico* aparece en segundo, quinto y sexto grados. Los términos básicos de esta rama aparecen como sigue: *punto*, *línea* y *curvo* aparecen desde primer grado, *línea recta* desde segundo, *vertical*, *horizontal* e *inclinado* desde tercero, *segmento* y *extremo* des-



de cuarto, *punto extremo*, *punto medio* y la notación *AB* para segmentos aparecen en quinto, y el sustantivo *plano* aparece en sexto grado.

Los términos asociados al trazo y la construcción arrancan en primer grado con *construir* y continúan en segundo con *marcar* y *trazar*; en cuarto aparecen *construcción*, *unir* y *reproducir*, mientras que *trazo* aparece en quinto y *formar* (figuras o cuerpos) aparece en sexto. En cuanto a los instrumentos de trazo, el término *regla* aparece en segundo, *escuadra* en tercero, *compás* en cuarto y *juego de geometría* en quinto.

En el tema de relaciones espaciales, la ubicación empieza en primer grado con los términos *adelante*, *atrás*, *arriba* y *abajo*; continúa en segundo con *izquierda*, *derecha*, *a un lado*, *dentro*, *adentro*, *afuera*, *enfrente*, *al frente*, *sobre*, *en medio*, *localizar* y *ubicar*; en tercero aparecen *bajo* y *alrededor*; en quinto aparecen *exterior*, *interior* y *distribuir*; el término *ubicación* aparece en sexto. Los puntos cardinales *norte*, *sur*, *oriente*, *poniente* aparecen en segundo grado y *este* y *oeste* en tercero; los términos *orientación*, *punto cardinal* y *rosa de los vientos* aparecen en quinto. Los términos asociados con los mapas y planos aparecen en este orden: *plano* en tercer grado, *mapa*, *recorrido*, *trayecto* y *dirección* en cuarto, *croquis* y *zona* en quinto y *escala* en sexto. Los términos asociados con el plano cartesiano empiezan en segundo grado con *flecha* y *cuadrícula*; *posición* aparece en tercero; *distribución*, *clave* y la notación  $(x, y)$  en cuarto; *pareja*, *arreglo de puntos* y *cruce* en quinto; finalmente, la palabra *coordenada* aparece en sexto grado. Con respecto a la simetría, *simétrico* y *eje de simetría* aparecen desde tercer grado, pero *simetría* aparece solamente en cuarto.

En el tema de líneas, *paralelo* aparece desde primer grado y *perpendicular* desde tercero. Los términos *ángulo*, *ángulo recto*, *giro* y *vuelta* aparecen desde tercer grado. La expresión *sentido contrario a las manecillas del reloj* aparece en quinto grado y los términos *rotación* y *traslación* en sexto.

La palabra *figura* aparece desde primer grado. En este tema, los términos *forma*, *contorno*, *lado*, *franja*, *característica* y el adjetivo *plano* aparecen en segundo, *base*, *seme-*

*jante* y *opuesto* en cuarto, *figura plana* y *descomponer* en quinto, y *semejanza* en sexto. En cuanto a los polígonos, *cuadrado*, *rectángulo* y *triángulo* aparecen desde primer grado; *pentágono*, *trapecio*, *rombo*, *hexágono* y *romboide* aparecen en segundo; *trapecio rectángulo*, *cuadrilátero*, *paralelogramo*, *equilátero*, *isósceles*, *escaleno* y *altura* aparecen en cuarto; *triángulo rectángulo* aparece en quinto; *heptágono*, *octágono*, *nonecágono*, *decágono*, *dodecágono*, *polígono*, *ángulo interior* y *rectángulo dorado* aparecen en sexto. Los términos asociados al círculo aparecen en este orden: *círculo* desde primer grado, *centro* desde segundo, *sector*, *arco* y *diámetro* desde quinto, y *circunferencia* y *radio* en sexto. El término *óvalo* aparece solamente en cuarto grado. Otros términos relacionados con las figuras son los siguientes: *mosaico*, que aparece en primer grado, *greca* que aparece en tercero y *regularidad* (referida a un patrón) que aparece en sexto. El *tangram* aparece en los grados primero, segundo, tercero y quinto (en este último grado bajo el nombre de *tangrama*) y el *geoplano* aparece en quinto grado.

Los términos relativos a los cuerpos geométricos aparecen desde cuarto grado: inician ahí con *sólido*, *vértice*, *arista*, *cara* y el término *plantilla* para referirse al desarrollo plano; en quinto aparecen los términos *cuerpo* y *desarrollo plano*; en sexto, *borde* y *lateral*. En cuanto a los poliedros, *cubo*, *prisma* y *pirámide* aparecen desde cuarto grado; el término *poliedro* aparece también en cuarto grado pero no vuelve a aparecer; en sexto aparecen *prisma cuadrangular*, *prisma rectangular*, *prisma triangular*, *prisma trapezoidal* y *pirámide cuadrangular*. El término *esfera* aparece en cuarto y en sexto grados, y el término *cilindro* aparece en quinto y en sexto.

#### **4.6.5 Léxico asociado al tratamiento de la información**

Los términos generales de este tema aparecen como sigue: *registrar* desde primer grado, *registro* y *dato* desde segundo, *información* desde tercero, *organizar* e *interpretar* desde quinto, y *recolectar*, *índice* e *informática* en sexto.

Los términos asociados a las tablas aparecen así: *tabla* y *cuadro*, en general manejados como sinónimos, aparecen desde primer grado, *columna*, *renglón* y *cuadrícula* desde segundo, *hilera* y *fila* desde tercero, *esquema* desde cuarto, y *diagrama* y *diagrama*

de árbol desde quinto. Los términos asociados a las gráficas aparecen así: *gráfica* y *barra* aparecen desde tercero, *eje* desde cuarto, y *pictograma* desde quinto.

Los términos asociados al tratamiento estadístico son: *encuesta* y *mayoría*, que aparecen desde tercero, *censo*, que aparece desde cuarto, y *estadística*, *frecuencia*, *frecuencia relativa*, *promedio*, *mediana* y *rango*, que aparecen en sexto.

Incluimos aquí los términos y expresiones asociados con los juegos: *ganar* y *punto* aparecen desde primer grado, *tablero* desde segundo, *regla* desde tercero, y *empate*, *puntuación* e *integrar un equipo* en sexto.

#### **4.6.6 Léxico asociado a la proporcionalidad**

Las expresiones *n a m* y *n de m* aparecen en quinto grado, mientras que *razón* y *productos cruzados* aparecen en sexto. Los términos *por ciento* y *tanto por ciento*, junto con el símbolo % aparecen en quinto grado, mientras que el término *porcentaje* aparece en sexto.

#### **4.6.7 Léxico asociado al azar**

El eje consagrado al azar arranca en tercer grado con los términos *seguro* y *azar*; *lanzar* o *tirar un dado*, así como *experimento*, *apostar* y *probable* aparecen en cuarto; los términos *ruleta*, *evento*, *aleatorio*, *posible*, *experimento aleatorio*, *predicción* y *caso* aparecen en quinto; *posibilidad*, *posiblemente*, *probablemente* y *favorable* aparecen en sexto.

#### **4.6.8 Léxico asociado a otros procesos matemáticos**

La palabra *matemáticas* aparece en todas las portadas, y en el interior de los libros desde segundo grado; en quinto se usa *matemático* como adjetivo y como sustantivo; en sexto aparece *Matemática*.

Los términos *representación* y *representar* aparecen desde segundo grado, *símbolo* y *simbólicamente*, así como *convención*, aparecen en quinto grado, y en sexto grado aparecen *simbología* y *simbolizar*. El término *valer* aparece desde primer grado, *transfor-*

*mación* y *transformar* en segundo, *valor* en quinto y *variar* y *fórmula* en sexto. Los verbos *relacionar* y *corresponder* se usan desde segundo grado, y *correspondiente* y *relación* desde quinto. El condicional *si* aparece desde segundo grado.

Un amplio vocabulario está asociado al proceso de resolución de problemas. Los términos *respuesta*, *resolver*, *resultar*, *resultado* y *completar* se utilizan frecuentemente desde primer grado; *problema* y *verificar* desde segundo; *modelo*, *comprobar*, *plantear* y *procedimiento* desde tercero; *expresión* desde cuarto; *expresar*, *encontrar*, *reto* y *solución* desde quinto; y *suponer*, *justificar*, *analizar*, *modelar*, *resultante*, *proceso*, *estrategia* y *sugerencia* en sexto.

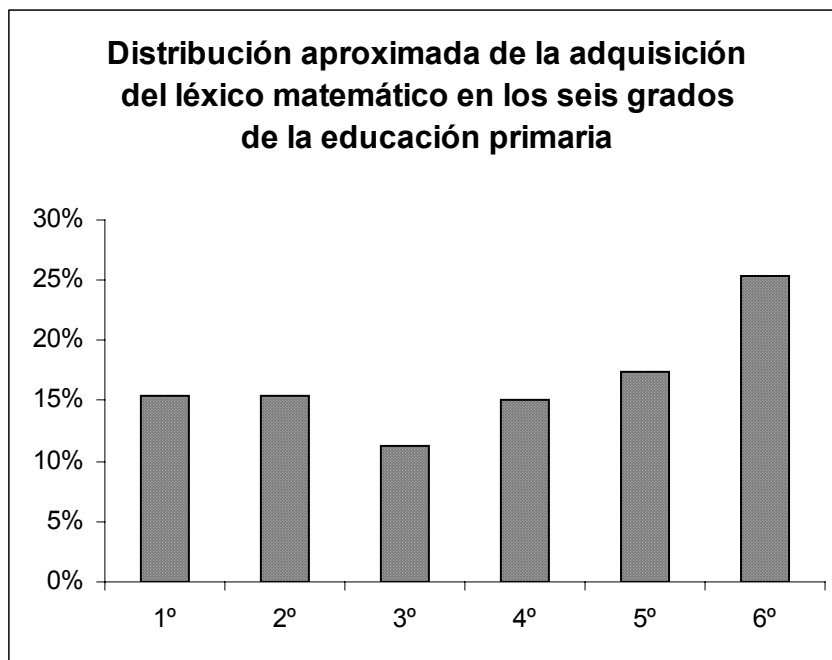
Asociados a los procesos de identificación, aparecen los siguientes términos: *marcar*, *tachar* y *encerrar* en primer grado, *identificar* en quinto, y *señalamiento*, *referencia*, *acotación*, *separar*, *seleccionar* y *resaltar* en sexto. Asociados a los procesos de clasificación aparecen *agrupar*, *comparar* y *diferente* en primer grado, *coincidir* y *mismo* en segundo, *grupo* y *distinto* en cuarto, *elemento* en quinto, y *clase*, *clasificar* e *integrar* en sexto.

Los términos asociados al orden empiezan desde primer grado con *orden*, *ordenar*, *corto*, *chico*, *mediano*, *grande*, *pocos*, *muchos*, *menos*, *más*, *el más*, *igual*, *antes*, *después*, *primero*, *siguiente*, *hasta* y la expresión *tan...como...*. En segundo aparecen *menor*, *mayor*, *pequeño*, *cerca*, *lejos*, *ninguno*, *varios*, *todos*, *tantos como*, *el menos*, *de...a...*, *entre*, *igualar* y *ordenadamente*. En tercero aparecen *menor*, *mayor*, *mucho*, *poco*, *todo* y los símbolos  $<$  y  $>$ . En cuarto aparecen *aumentar*, *disminuir*, *secuencia*, *intercalar* e *igualmente*. En quinto aparecen *mínimo*, *máximo* y *superior*. En sexto aparecen *consecutivo*, *desigual*, *penúltimo*, *límite*, *enorme*, *inferior* y *descender*.

Los términos asociados a la estimación son los siguientes: *creer* aparece desde segundo grado, *más o menos* desde tercero, *casi* y *al tanteo* en cuarto, y *estimación* y *estimar* en quinto. Los términos asociados a la aproximación son: *aproximarse* y *exacto* aparecen desde segundo, *redondeo* en quinto y *precisión* en sexto.

#### 4.6.9 Observaciones generales

A lo largo de la primaria, el niño adquiere un vocabulario asociado al campo semántico de las matemáticas de unas siete centenas de términos, expresiones, símbolos, etc. El proceso no es, sin embargo, regular: después de la adquisición de aproximadamente el 31% del total de términos durante los primeros dos grados, los siguientes dos son menos ricos en términos nuevos (aproximadamente 26%), y en los últimos dos vuelve a aumentar (aproximadamente 43%), con una fuerte carga en sexto grado: más de la cuarta parte del vocabulario se adquiere en el último grado de la primaria. Esto se puede apreciar en la siguiente gráfica:



Este léxico y el proceso de su adquisición tienen una serie de características:

- Frecuentemente, el alumno se familiariza con los objetos matemáticos y realiza los procedimientos en diversos contextos que les van dando sentido. Adquiere así diversos significados para estos objetos y procedimientos hasta construir un significado de ellos. Los nombres de los objetos y procedimientos aparecen con frecuencia sólo en la etapa final de este proceso.

- Frecuentemente, el alumno maneja varios sinónimos de cada término matemático, que son en general extraídos del lenguaje común, en el proceso de adquisición del concepto o el algoritmo correspondiente. Cabe resaltar que en los materiales destinados al maestro esto es indicado explícitamente como una meta a perseguir.
- La gran mayoría de los términos introducidos en los primeros grados se sigue manejando en grados sucesivos. Dos excepciones a esto son los términos más primitivos (como “encerrar” en los procesos de identificación) y los términos asociados a la divisibilidad, como se comentó anteriormente.
- Se han evitado en esta propuesta los términos más formales, como *adición* y *sustracción*, sustituyéndolos por términos más usuales en el lenguaje común, como *suma* y *resta*.
- Hay un amplio vocabulario relacionado con los procesos de resolución de problemas.

## **4.7. ENFOQUE**

En esta sección se pretende explicitar los principios sobre los que se sustenta la actual propuesta y analizar en general si las actividades que se indican para el trabajo áulico son coherentes con esos principios.

Dadas las características de este trabajo, cuyos elementos de análisis son documentos, sólo se podrán obtener conclusiones sobre el potencial de los materiales para el trabajo en el aula. La práctica concreta en cada salón de clase puede marcar diferencias radicales entre el enfoque aplicado y el propuesto; esto depende fundamentalmente de la organización escolar y de la formas de orientar el trabajo por parte del maestro.

### **4.7.1. Lineamientos generales**

El análisis de los materiales considerados en este estudio permite establecer ciertos principios sobre la concepción de aprendizaje que subyace en la actual propuesta. Los lineamientos generales para trabajo en el aula están dados fundamentalmente en los libros para el maestro y en la parte introductoria de los programas, mientras que en los libros destinados a los niños y los ficheros se proponen las actividades que permitirían concretar dicha propuesta.

A continuación se describen los principios orientadores de la propuesta declarados en el material destinado a los maestros; posteriormente se analizarán desde esta óptica las actividades concretas plasmadas en los libros del niño y en los ficheros para observar el nivel de congruencia entre ambos elementos.

En primer lugar es claro que se reconoce la necesidad de hacer para aprender; la acción del niño en el proceso de aprendizaje es punto de partida y es meta. Hacer para aprender y aprender para poder hacer. Deben establecerse entonces las características de ese hacer para que realmente cumpla con la finalidad planteada. Es en el qué y cómo hacer, donde la propuesta actual muestra su posición epistemológica.

Entre los principios rectores de la propuesta analizada se pueden considerar los siguientes.

El aprendizaje se asume como un proceso en el cual el niño se va acercando a través de la acción y la experimentación, a nociones y contenidos matemáticos más formales. Este acercamiento se da por aproximaciones sucesivas, ligadas a experiencias diversas que no deben limitarse a un momento. El hecho de que un niño haya desarrollado alguna actividad relacionada con un contenido matemático, no permite asumir el aprendizaje de ese contenido.

El punto de partida de toda situación de aprendizaje es el cúmulo de experiencias previas del educando. Aún en el momento de ingreso a la escuela el niño cuenta con una serie de experiencias de la vida cotidiana en las que están involucrados aspectos matemáticos. Esas experiencias y las que se irán incorporando a lo largo de su trayectoria por la escuela serán las herramientas que le permitirán al niño, desde el inicio de su vida escolar, enfrentar la resolución de problemas, que se considera motor del proceso de aprendizaje. Aún cuando el problema matemático desempeña ahora en la escuela un rol distinto al tradicional, mantiene también el anterior; de este modo además de ser motor de descubrimiento es el campo propicio para la aplicación de conocimientos ya construidos.

Los niños pequeños requieren manipular material concreto tanto para comprender contenidos matemáticos, como para modelar las situaciones planteadas en problemas y para realizar las operaciones que lleven a las soluciones buscadas. A medida que el niño avance se irá desprendiendo del material concreto y comenzará a utilizar otras formas de representación incluyendo la gráfica; este proceso es paulatino y no lineal; aún cuando se hayan incorporado distintas formas de modelación, el niño puede requerir en distintos momentos del uso de material concreto. De este modo se facilitará la comprensión por parte del niño de los contenidos y podrá avanzar por distintos niveles de generalización y abstracción.



Al quedar en manos del alumno la búsqueda de estrategias que permitan solucionar la situación planteada, es posible que surjan procedimientos diversos, tal vez muy distantes de los procedimientos matemáticos ortodoxos. La socialización y comparación de estos procedimientos es fundamental en el proceso, no sólo porque cada niño puede incorporar a su acervo individual aquellos más eficaces, sino porque el hecho de tratar de explicar el camino seguido propicia la reflexión que permitirá asignar significado a las relaciones u operaciones utilizadas, así como a los objetos matemáticos sobre los que se aplicaron esas operaciones o relaciones. Esto, además, permitirá a lo largo del proceso establecer relaciones entre los procedimientos seguidos por los alumnos y los convencionales y propiciará la aceptación de éstos por parte de los niños.

La búsqueda de caminos implica muchas veces procesos de ensayo y error, y elegir un camino erróneo puede ser motivo de reflexión y enriquecer la acción del niño. La percepción del error por parte del niño, no como motivo de sanción sino como posibilidad real en la búsqueda de estrategias, le dará seguridad sobre su capacidad para resolver problemas y desarrollará su creatividad.

La variación de problemas o situaciones problemáticas, ya sea por el contexto, ya sea por la redacción o formas de presentación, es la fuente principal de significancia de los conocimientos adquiridos o en vías de construcción. Enfrentar situaciones variadas que involucren los mismos procedimientos o contenidos matemáticos, le permitirá al niño hacer analogías y llegar a generalizaciones que pueden considerarse distintos estadios de un proceso de abstracción.

Por otro lado, la graduación de los niveles de dificultad de los problemas planteados es fundamental para avanzar en el proceso de aprendizaje; las situaciones en las que no es funcional un procedimiento seguido por el niño que ya había tenido éxito en otras, le dará sentido a la inclusión de formas convencionales.

Esta propuesta, al modificar substancialmente el rol del niño en el proceso de aprendizaje, cambia radicalmente el papel del maestro en dicho proceso exigiéndole ser mucho

más que un transmisor de conocimientos, reglas y definiciones. El maestro deberá escoger y graduar las actividades propuestas de modo que permitan un avance real en el aprendizaje, deberá promover y coordinar las discusiones y tener la sensibilidad suficiente para reconocer cuándo y hasta dónde debe orientar el trabajo de los niños; al mismo tiempo deberá ubicar los momentos claves del proceso, donde pueda avanzar hacia la institucionalización de contenidos.

#### **4.7.2. Material de trabajo para el niño**

A partir del análisis de las lecciones y fichas de actividades, puede afirmarse que en general la propuesta de trabajo áulico es coherente con los principios rectores enunciados.

En primer lugar puede señalarse que las lecciones y actividades diseñadas para los alumnos corresponden a la concepción de aprendizaje como proceso no lineal. En la etapa de construcción de distintos contenidos se proponen diversos problemas y actividades en forma recurrente, algunas veces sin más variaciones que el contexto, otras con un cambio significativo en el nivel de dificultad. Aún cuando puede suponerse que el niño se ha apropiado de cierto contenido matemático, éste no se abandona, sino que reaparece en actividades posteriores bajo formas más elaboradas o complejas.

En general las lecciones inician con un problema o situación problemática que implica la búsqueda de estrategias por parte del niño. Además las fichas de actividades presentan problemas variados por los contenidos que se abordan, el contexto, la forma de presentación, la finalidad del mismo o el nivel de dificultad. En muchas lecciones se indica a los niños que comenten con sus compañeros y comparen las formas en que resolvieron los problemas y los resultados a los que llegaron. Es importante señalar que hay problemas con más de una solución y preguntas que por el contrario no tienen solución alguna; la finalidad de ambos tipos es la reflexión sobre la existencia de información suficiente.

Además de los problemas, los materiales presentan ejercicios destinados a la adquisición de agilidad para operar, para hacer estimaciones o para efectuar cálculos mentales; sin embargo la distribución y ubicación de éstos en los materiales de los distintos grados no es homogénea, pueden estar incorporados como tales a las lecciones o ser parte de algunas actividades del fichero, fundamentalmente de las señaladas como rutinarias.

En algunas ocasiones parecería que la situación planteada no implica reto para el alumno, en cuyo caso habría un contexto o encuadre para el desarrollo de contenidos pero no verdaderos problemas que deba enfrentar el niño. Se estará frente a circunstancias de este estilo cuando el niño ya conozca la forma de resolución o cuando la actividad esté muy dirigida desde el texto. Sin embargo esto es difícil de evaluar porque la característica de problema como se ha mencionado anteriormente, depende en gran medida de los niños que deben resolverlo.

Dentro del contexto de las lecciones hay problemas o secuencias de problemas que no se explotan en todo su potencial. Esta tarea queda en todo caso en manos del maestro, lo que hace necesario ampliar las indicaciones sobre estos aspectos, y dar elementos que permitan encontrar las distintas posibilidades de salida.

Es importante señalar que de acuerdo a la propuesta planteada, en el trabajo que deberá desarrollar el niño a lo largo de la educación primaria, pueden verse manifestaciones incipientes de características propias del quehacer matemático. El niño busca estrategias que le permitan resolver problemas y en ocasiones plantea preguntas a partir de situaciones problemáticas; usa estrategias de ensayo y error y reflexiona sobre el origen de los errores; comunica sus procedimientos y los defiende; parte de situaciones concretas variadas donde el contenido va adquiriendo significado, y encuentra analogías y hace generalizaciones que le permiten avanzar en procesos de abstracción; descubre que hacer matemáticas puede ser divertido.

### **4.7.3. Descripción por ejes**

La propuesta didáctica general adquiere carices particulares en el tratamiento de cada línea o eje temático correspondiente a cada grado. A continuación se tratará de describir globalmente los procesos de desarrollo de cada uno de ellos sin hacer hincapié en los contenidos, ya que éstos se consideraron en la segunda sección de este capítulo. Para cada eje, se considerará la evolución de algún tema en particular.

#### **Eje 1: Los números, sus relaciones y sus operaciones.**

Este eje ocupa en los dos primeros grados una posición relevante en comparación a los demás y el énfasis en su tratamiento está centrado en la construcción de nociones y significados. Esta línea de trabajo comienza en primer grado y se mantiene hasta sexto, por lo que los procesos de construcción iniciales adquieren especial importancia.

Para hacer la descripción de este eje se considerarán aquí sólo los números naturales y las cuatro operaciones básicas ya que son los elementos de aritmética que acompañan al niño durante toda su trayectoria por la primaria.

Por las características de los niños en primer grado se propone que se trabaje intensamente con materiales concretos. Posteriormente se introducen otro tipo de referentes sin abandonar el material; ya en tercer grado hay un proceso de desprendimiento de los materiales concretos aunque esto no signifique que sean desterrados, y aún en cuarto grado se hace referencia a ellos.

En primer grado se busca dar significado a los números y a su escritura. Se indica en el libro para el maestro que la acción del niño sobre el libro de texto siempre debe ser posterior a experiencias realizadas a partir de las actividades planteadas en el fichero; en éste se presentan situaciones muy variadas en contexto y grado de dificultad aunque hay algunos referentes concretos que se utilizan con mucha frecuencia, por ejemplo “El caminito” que se usa para realizar casi todas las actividades de conteo.

Es importante señalar que se trabaja simultáneamente con conteo, orden, agrupamientos, reparticiones, suma y resta. Se llega a la institucionalización de los números naturales menores que 100, tanto oralmente como en la escritura decimal, pasando por diversos sistemas figurativos. Se llega a la institucionalización de suma y resta con números pequeños y se mantiene la solución de estas operaciones por procedimientos libres, para números menores que 100.

En segundo grado, este eje también tiene un alto peso relativo y su tratamiento está claramente orientado a la comprensión del sistema decimal de numeración y a la adquisición del significado de las operaciones básicas.

El fichero sigue siendo la fuente de experiencias iniciales y en el libro de texto se plantean en general problemas globales de alto grado de dificultad en comparación con los de primer y tercer grados, no sólo por los contenidos sino por la presentación: mientras que en las lecciones de primer grado el texto es mínimo, en segundo los problemas tienen una redacción bastante extensa. Es importante señalar al respecto que se mantiene el uso de material concreto y se supone que los niños pueden usar cualquier estrategia en la resolución de problemas, lo que puede generar matices sobre la apreciación de los niveles de dificultad. Hay por ejemplo problemas que podrían identificarse como problemas típicos de proporcionalidad directa; sin embargo la indicación sobre uso de material concreto genera la posibilidad de resolución con el único recurso de la suma o el conteo.

Respecto a las operaciones cabe mencionar que éstas no se trabajan en forma independiente. En el libro del maestro se clasifican los problemas en aditivos (suma y resta) y multiplicativos (multiplicación y división) y, coherentemente con este planteamiento, a partir de una situación problemática se plantean preguntas diversas que involucran todas las operaciones mucho antes que los niños conozcan los algoritmos respectivos. Se supone que el niño resuelve los primeros problemas de suma y resta por conteo, posteriormente utiliza la suma de sumandos iguales para resolver multiplicaciones y la resta reiterada para los problemas de reparto.

A continuación se describe el trabajo realizado sobre la noción de sistema decimal de numeración en segundo grado, como un ejemplo de propuesta de concretización de los lineamientos generales que se mencionaron en el apartado anterior. Es pertinente aclarar que no todas las líneas de construcción planteadas en los materiales pueden vislumbrarse con la claridad de ésta. En algunos casos incluso no hay un proceso de construcción explícito, como por ejemplo en los números decimales.

Se parte de las múltiples experiencias que los niños tuvieron en primer grado, donde hubo abundante manejo de objetos y material figurativo. En segundo grado se comienza a trabajar con tarjetas en las que están representados gráficamente los objetos y sus agrupaciones: mangos sueltos, bolsas con 10 mangos y cajas de 10 bolsas de mangos. Se introduce después un sistema figurativo en el que la unidad queda representada por un “cuadrado”, la decena por una “tira” cuya área es de 10 “cuadrados” y la centena por un “cuadro” cuya área es de 10 “tiras” o 100 “cuadrados”. Posteriormente aparece en escena otro sistema figurativo<sup>11</sup> que consiste en fichas de igual tamaño y distintos colores, cuyo valor relativo está indicado por el color: amarillo para las centenas, rojo para las decenas y azul para las unidades. Por último estos colores se utilizan como pantalla en el encabezado de tablas donde se colocan los números según su valor relativo, en el orden de la escritura convencional, y finalmente está la escritura convencional de los números de tres cifras<sup>12</sup>. Si bien los sistemas figurativos se incorporan paulatinamente, la introducción de uno no implica el abandono del otro; más aún, hay varios ejercicios donde es necesario expresar una misma cantidad usando los distintos sistemas.

Aquí es importante resaltar el uso de analogías y los distintos niveles de abstracción que enfrenta el niño:

- Primer nivel: las tarjetas contienen una representación gráfica realista de los objetos

---

<sup>11</sup> Este sistema figurativo ya se había utilizado en primer grado para unidades y decenas.

<sup>12</sup> Además de estos sistemas se utilizan dinero y dados de colores, pero pueden considerarse respectivamente equivalentes a las figuras y a las fichas..

(mangos) pero éstos están ausentes.

- Segundo nivel: sólo el tamaño de la figura alude a su valor relativo (el interior de las figuras es liso).
- Tercer nivel: se asigna el valor a las fichas por convención sobre el uso de colores, y no hay percepción alguna de diferencias de tamaño.
- Cuarto nivel: se acepta por convención que en un número de tres cifras, el valor relativo de cada dígito queda determinado por su ubicación en la expresión del número.

En tercer grado se generaliza la escritura de números naturales de cuatro cifras sin mención alguna a los sistemas figurativos y tampoco se alude a ellos para establecer comparaciones.

Respecto a las operaciones básicas, en tercer grado se generalizan los algoritmos de suma y resta con transformaciones que comenzaron a construirse en segundo grado y se establecen los algoritmos de la multiplicación para factores de dos cifras y de la división para divisores de una cifra. Para establecer los algoritmos se sigue recurriendo al dinero como sistema figurativo (en algunas ocasiones con los billetes del material recortable y en otras con los dibujos de esos billetes). Para el algoritmo de la multiplicación se utilizan arreglos rectangulares representados gráficamente por cuadrículas.

Si bien el algoritmo de la multiplicación nace fuertemente asociado a los arreglos rectangulares, se presentan varias situaciones de multiplicación en contextos de proporcionalidad. Esto da continuidad al trabajo realizado en segundo grado y, según los supuestos iniciales, facilitará la asignación de significado a la operación.

En cuarto grado se generalizan los algoritmos de multiplicación y división de enteros, y a partir de ese momento se considera que los contenidos correspondientes a los temas considerados en este apartado ya fueron institucionalizados; sólo se avanza en relación a la cantidad de cifras de los números que se manejan. La atención en los tres últimos grados se centra en la aplicación de esos contenidos en la resolución de problemas. Para este fin se presentan situaciones variadas en contexto y grado de dificultad cre-

ciente que aportan más elementos para la asignación de significados.

Puede decirse entonces que en estos temas les corresponde a los dos primeros grados un papel de construcción, a tercer grado un papel importante en la institucionalización de los contenidos y a los tres últimos les corresponde, fundamentalmente, aportar situaciones donde puedan aplicarse estos contenidos.

## **Eje 2: Medición**

Para la descripción de este eje se considerará aquí, a modo de ejemplo, el tema correspondiente a longitud.

En primer grado se pretende aportar elementos que permitan al niño comenzar el proceso de construcción de la noción de longitud a través de experiencias de comparación de longitudes y cuantificaciones con medidas arbitrarias.

Se parte de las experiencias sobre longitudes con las que los niños llegan a la escuela, para enfrentarlos a la comparaciones directas de longitudes de objetos. En este proceso los niños deberán comparar en primera instancia objetos cuya diferencia entre longitudes sea lo suficientemente grande como para que se perciba a simple vista. Posteriormente se les pedirá que hagan comparaciones donde la diferencia no sea tan notoria pero refiriéndose a objetos que puedan superponerse entre sí. El siguiente paso mostrará la necesidad de intermediarios para hacer comparaciones y por último se medirán longitudes con distintas unidades arbitrarias (pasos, cuartas, cordones, varas, etc.). Se recomienda que en las primeras comparaciones con intermediarios éstos tengan mayor longitud que las que se pretende comparar, con la finalidad de que el niño señale, sobre el intermediario, la longitud de los objetos que se comparan.

En segundo grado se continúa el trabajo iniciado en primero y se le ofrece al niño la posibilidad de realizar variadas experiencias de estimación, comparación y medición de longitudes con unidades arbitrarias, representadas tanto en intermediarios rígidos como flexibles. De este modo, a medida que se propicia el desarrollo de la noción de longitud,



se da oportunidad de reflexionar sobre las relaciones entre el resultado de la medición y la unidad de medida, y sobre la necesidad de conocer la unidad de medida utilizada para asignarle significado a su resultado. Se genera así una necesidad social respecto al uso de unidades de medida previamente acordadas.

El trabajo sobre este tema termina con el uso de una regla “graduada” construida por los niños, en la cual tanto la longitud total como las graduaciones responden a unidades que son arbitrarias pero comunes a todo el grupo. Este instrumento es un antecedente claro de los instrumentos de medición convencionales y su uso marca el cierre de una etapa de construcción y prepara el terreno para comenzar la siguiente.

En tercer grado se introducen el metro y el centímetro como unidades convencionales, y el uso de intermediarios se mantiene para hacer mediciones donde no es posible utilizar directamente la regla graduada. En el libro del maestro se propone relacionar las medidas usadas en las distintas regiones con las medidas convencionales.

En cuarto y quinto grados se continúa el trabajo hacia la institucionalización de la medición de longitud, incorporando otras unidades del sistema métrico decimal, y se proponen problemas que permitan el uso y aplicación de los conocimientos abordados anteriormente. El uso de medidas arbitrarias queda restringido a situaciones de estimación en la que se asigna un valor aproximado a la unidad considerada (por ejemplo pasos). Este uso de intermediarios para estimar longitudes es aplicable a situaciones de la vida práctica.

En sexto grado se profundiza sobre el sistema métrico decimal y sus relaciones con el sistema inglés y con otras unidades, como el año luz. Se presentan distintas situaciones donde los alumnos puedan aplicar los contenidos correspondientes a este tema en contextos diversos que implican grandes variaciones de magnitud como la alusión a distancias geográficas y astronómicas. Estas experiencias, además de permitir el trabajo con grandes números, dan sentido a la existencia de distintas unidades y promueven la reflexión necesaria para el logro de un aprendizaje significativo.

En resumen, se parte de las experiencias previas de los niños respecto a longitudes y se les proponen actividades que implican comparación, primero visual y después por superposición de objetos y uso de intermediarios. Posteriormente se empieza a cuantificar longitudes con el uso de unidades arbitrarias, al mismo tiempo que se promueve la reflexión sobre la dependencia que tiene el resultado de la medición, de la unidad utilizada, y surge como necesidad la convención del uso de unidades determinadas. Se introduce paulatinamente el sistema decimal de medición hasta llegar a relacionarlo con el sistema inglés y otras unidades como el año luz. Se proponen muchos y variados problemas que permiten el uso y aplicación de estos contenidos.

### **Eje 3: Geometría.**

Para ilustrar el trabajo en este eje se considera aquí, a modo de ejemplo, la línea referente a la caracterización, construcción y clasificación de figuras geométricas.

En primer grado se comienza con la manipulación y observación de objetos y cuerpos geométricos, donde los niños comenzarán a reconocer las formas de las caras. Se usa mucho el tangram y los primeros dibujos de figuras se basan en la reproducción del contorno del modelo armado o de las piezas de este rompecabezas.

Se proponen actividades que lleven a la búsqueda de elementos comunes entre grupos de figuras hasta llegar a clasificaciones de las figuras básicas que consideren informalmente algunos criterios formales (cantidad de lados, relaciones entre las longitudes de los lados, etc.). Es importante señalar que a las figuras se les asignan nombres, se las manipula, se las reconoce y clasifica, apoyándose totalmente en percepciones sensoriales, y que en ningún momento se definen estas figuras. Los juegos de adivinanzas obligan a los niños a reflexionar sobre las características de interés en situaciones amenas y agradables.

En segundo grado se continúa el trabajo iniciado en el curso anterior, insistiendo en las actividades que implican clasificación y reflexión sobre algunas características de las

figuras básicas.

En tercer grado se introducen tres elementos importantes en cuanto a la clasificación y construcción de figuras geométricas: paralelismo, perpendicularidad y ejes de simetría. Se utilizan dobleces de papel para la obtención de paralelas y perpendiculares, y así se construye una escuadra que los niños podrán utilizar en los procesos de identificación y construcción de figuras. Se insiste en permitir a los niños la búsqueda de estrategias para la reproducción de figuras, sin esperar precisión en los trazos. Las experiencias de construcción permitirán el desarrollo de destrezas mientras promueven el análisis de las características de las figuras.

En cuarto grado se mantiene el énfasis en la clasificación, introduciendo un nuevo elemento a considerar ya que se realizan en este grado las primeras mediciones de ángulos.<sup>13</sup> Se introduce el uso de instrumentos convencionales, incluyendo el compás, para la construcción de figuras, aunque hay pocas actividades que consideren su uso.

En quinto se profundiza en la clasificación de figuras y cuerpos, avanzando significativamente en el proceso de abstracción a través del establecimiento de analogías y generalizaciones. Se promueve el uso de instrumentos convencionales esperando niveles de precisión ausentes en los grados anteriores.

En sexto grado se proponen actividades de construcción que presentan un alto grado de dificultad e implican un gran nivel de precisión en el manejo de instrumentos geométricos. También se requiere de precisión en la construcción de desarrollos planos de cuerpos para sus posterior armado. Se profundiza en criterios de clasificación y se propone una actividad con espejos que permite “ver” los ejes de simetría de polígonos regulares y la relación con sus lados.

Resumiendo, puede decirse que en esta línea de trabajo se parte de la manipulación y

---

<sup>13</sup>Para las mediciones se utiliza un círculo de cartón que puede considerarse antecedente del transportador usual.

observación de los cuerpos y figuras para encontrar características que permitan su identificación y clasificación. Este proceso se da simultáneamente con construcciones de figuras, primero a partir del seguimiento de contornos de caras de cuerpos o figuras del material recortable y posteriormente con el copiado de modelos. En esta primera etapa los procesos de construcción son libres y no se utilizan instrumentos de geometría. A las figuras básicas se las llama por su nombre pero sin definir las, sino presentando actividades que promueven la observación por parte de los niños y los llevan a encontrar algunas características que les permitan su identificación y clasificación. A partir del segundo ciclo se van incorporando gradualmente otros elementos importantes en la clasificación y construcción, como paralelismo, perpendicularidad, ejes de simetría y medición de ángulos, junto con el uso paulatino de instrumentos geométricos.

#### **Eje 4: Tratamiento de la información**

Los temas de este eje, relacionados con el uso de técnicas descriptivas de información, tienen en general un peso relativo bajo en comparación con los contenidos de los ejes anteriores. No ocurre así con los elementos del tratamiento de la información asociados a la resolución de problemas. En este apartado se describirá globalmente la primera línea mencionada; la segunda ya fue tratada en la tercera sección de este capítulo.

Los contenidos correspondientes a esta línea se comienzan a trabajar en primer grado aunque sólo se proponen unas pocas actividades de registro de información, sin que quede muy claro el alcance de estas primeras experiencias al respecto.

En segundo grado se promueve la construcción frecuente de tablas de registros asociadas en muchos casos a resultados de estimación y medición o para información cercana al niño. Un ejemplo de ello es la primera actividad del fichero, que se considera como rutinaria, en la que se indica el registro diario de los niños que cumplieron con la tarea. Además de estos registros hay dos lecciones destinadas expresamente a una forma de representación gráfica que puede considerarse un antecedente de las gráficas de barras.

En tercer grado se presentan las gráficas de barras usuales y se desarrollan actividades que implican construcción y lectura. En el libro del maestro se sugiere que se lleven registros de información cercana al niño, por ejemplo de asistencias, de estado del tiempo, etc.

En cuarto grado se continúa con el registro de información obtenida por los alumnos en actividades asociadas a mediciones y a resultados de juegos de azar. El niño construye tablas de frecuencias y gráficas de barras, y debe responder preguntas a partir de la información registrada. Se presentan situaciones en las que es necesario extraer información de tablas y gráficas del libro.

En quinto grado hay menos registro de información pero bastante trabajo de lectura e interpretación de tablas y gráficas relacionadas con información de fuentes diversas.

En sexto grado se presentan tablas y distintos tipos de gráficas, con una gran variedad de información; hay datos referentes a medidas astronómicas, a superficies de bosques, etc. Se introduce el promedio y la mediana como otras formas de describir la información.

El uso de estas formas de organización y presentación de la información obtenida por el propio alumno, las preguntas que deba responder sobre la información registrada en tablas o gráficas por él o sus compañeros, la lectura y comparación de los datos registrados en tablas o gráficas distintas, presentes en el libro y provenientes de distintas fuentes, serán los elementos que permitirán al niño dar un sentido al uso de estas técnicas, a la vez que lo familiarizarán con su construcción y lectura.

### **Eje 5: Procesos de cambio**

Aunque los programas consideran los contenidos relacionados con este eje a partir de cuarto grado, los niños han realizado experiencias en esta dirección desde grados anteriores.

En segundo y tercer grados hay múltiples experiencias sobre proporcionalidad directa relacionadas a problemas multiplicativos. En general se trata de completar tablas sin hacer hincapié en las relaciones que se establecen entre las magnitudes consideradas.

En cuarto grado se proponen distintos problemas de proporcionalidad directa para que los alumnos los resuelvan completando las tablas correspondientes. En general estos problemas están planteados en contextos de compras y ventas (donde hay que relacionar cantidad y costo) y de recetas de cocina que implican relaciones entre cantidad de comensales y cantidad de alimento; hay alguna actividad con datos de geometría como por ejemplo la relación entre longitud del lado del cuadrado y perímetro.

En todos los casos la intención es la reflexión sobre las características de los valores de las magnitudes relacionadas, pero no se pretende llegar a definiciones ni reglas de solución. Los alumnos deberán resolver los problemas por los métodos que les parezcan idóneos.

En quinto grado se trabaja con tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional con la finalidad de que los alumnos las comparen y, a partir del reconocimiento de las diferencias entre unas y otras, puedan identificar las características propias de la variación proporcional. Se llegan a establecer informalmente algunas propiedades.

En sexto grado se profundiza en estos contenidos y se avanza hacia la institucionalización de las relaciones cuya construcción se inició en los grados anteriores. Se presentan problemas referentes a distintos contextos que le permitirán al alumno aplicar los conocimientos adquiridos a la vez que profundizar en su significado.

Resumiendo, puede decirse que las nociones correspondientes a este eje comienzan a construirse desde segundo grado, al enfrentar al niño a problemas que implican proporcionalidad directa; se profundiza en ellas a partir de cuarto grado y en quinto y sexto se tiende a la explicitación e institucionalización de propiedades y procedimientos.

## **Eje 6: Predicción y azar**

Los programas señalan la introducción de los contenidos de este eje a partir de tercer grado y su peso relativo es bajo en relación a los cinco ejes anteriores.

Desde primer grado los niños realizan una serie de juegos que los enfrentan tanto a situaciones en las que interviene el azar como a aquellas en las que no interviene, aunque éstas no estén orientadas específicamente a temas de probabilidad.

En tercer grado se presentan al niño distintas situaciones con la intención de que establezca diferencias entre fenómenos aleatorios y determinísticos.

En cuarto grado se continúa con este tipo de experiencias y se pretende avanzar en la reflexión sobre los resultados de experimentos que se registran y representan gráficamente. Se comienza a medir cualitativamente la probabilidad al establecer qué resultados son más probables y cuáles lo son menos.

En quinto y sexto grados se trabajan situaciones que implican conteo a través de diagramas de árbol, con la intención de cuantificar los resultados posibles de un fenómeno aleatorio y reflexionar sobre las posibilidades de llegar a cada uno de ellos. Se llega a establecer la comparación de eventos respecto a mayor o menor probabilidad de ocurrencia.

Esta línea de trabajo se percibe débil en relación a los procesos de construcción. Se sabe que las nociones asociadas a probabilidad presentan para la mayoría de las personas grandes dificultades, y en este campo la intuición puede llevar a planteamientos erróneos.

Si bien en los materiales se presentan varias actividades con la intención de generar las experiencias necesarias en el niño, éstas no se consideran suficientes. La primera razón es que aparentemente no hay una distinción clara entre las situaciones en las que no puede conocerse el resultado por falta de información (muy relacionadas con resolu-

ción de problemas) y aquellas en las que no puede conocerse el resultado porque se trata de fenómenos aleatorios. La segunda es porque para que la experimentación sea efectiva debe haber un número muy grande de repeticiones, de lo contrario se corre el riesgo de generar o reafirmar concepciones erróneas.

Aunque en los materiales se presentan diversas actividades y hay muchas ocasiones en las que el niño enfrenta situaciones de azar (esto sucede desde primer grado a través de los juegos), no hay suficiente reflexión al respecto.



## **4.8 CONGRUENCIA DEL PAQUETE DE MATERIALES**

En este apartado se hará referencia al nivel de congruencia de los materiales analizados; se considerará tanto la congruencia dentro de cada grado como entre grados a lo largo de toda la primaria.

### **4.8.1 Congruencia dentro de cada grado**

Globalmente podría decirse que los materiales de cada grado son congruentes, y tomados de uno en uno responden en lo general a la propuesta global. Sin embargo, un análisis más detallado de los mismos muestra algunos elementos que pueden considerarse indicadores de desajustes entre ellos.

El documento Plan y programas de estudio y el paquete correspondiente a cada grado son complementarios; por ejemplo en el primero se mencionan los propósitos generales, pero es en el libro del maestro y en el avance programático correspondiente a cada grado donde se precisan los propósitos para ese grado; en Plan y programas se establecen lineamientos globales sobre la propuesta pero es en el libro del maestro donde se hacen precisiones respecto a lo que se espera del trabajo del docente.

Tanto el libro del maestro como el avance programático se presentan como guías de apoyo a las que por consiguiente puede acudir o no, cuando en realidad son complementarios y partes fundamentales en la presentación de la propuesta y en la orientación del docente frente a la necesidad de implementar una forma de trabajo muy distinta a la que ha desarrollado anteriormente.

La función del fichero de actividades no queda clara en los documentos que conforman el paquete destinado a los maestros; se le considera complementario cuando en realidad es un material fundamental. Su uso es casi imprescindible en primer grado antes de abordar el libro de texto, y en segundo y tercero es muy aconsejable; en segundo por la dificultad de las actividades planteadas en el texto y en tercero porque es la principal fuente de problemas. Aunque en los libros para el maestro se menciona el fichero de actividades y se dan algunas indicaciones sobre su uso, no hay una referencia clara

sobre la utilidad ni la finalidad de este material. Si se considera además la extensión de los libros de texto, podría pensarse en la posibilidad de que el maestro no recurra a las fichas didácticas, con lo que los niños perderían una fuente importante de experiencias cognitivas.

Lo anterior permite pensar que faltan indicaciones globales sobre la importancia de cada uno de los materiales señalados y el orden en que conviene sean abordados por el docente. En conjunto cada paquete presenta una gran riqueza que puede no explotarse ni manifestarse en el trabajo concreto por desconocimiento, por parte de los maestros, de la importancia de cada documento, y por la atomización de la información.

#### **4.8.2 Congruencia entre grados**

Si bien se señaló que el análisis por paquete muestra en general congruencia dentro de cada grado, al observar el conjunto de los materiales para los seis grados se perciben diferencias más o menos significativas en la forma de tratamiento y en los niveles de dificultad de las actividades propuestas, que no son las que podría esperarse por el avance natural que implica el paso de un grado al siguiente.

Los libros correspondientes a segundo y quinto grado muestran, en general, un nivel de dificultad significativamente más alto que el del respectivo grado anterior, en cuanto al tipo de actividades propuestas. Esto se nota fundamentalmente en las actividades relacionadas con contenidos del primer eje (aritmética) y aunque en ambos casos éstas corresponden a la intención que les dio origen y están bien diseñadas, presentan un aumento en el grado de dificultad que se vislumbra como demasiado alto.

Por ejemplo, para ese eje en segundo grado, casi en todas las lecciones se plantea una situación problemática inicial de la que se desprenden varias preguntas; en algunas lecciones esto implica la búsqueda de tantas estrategias diferentes como preguntas planteadas y, además, implica también por lo general la selección y decantación de la información disponible, porque ésta suele ser más amplia que la necesaria. Las características anteriores son deseables en una propuesta como la actual y en sí mismas no

son objetables; el señalamiento surge al comparar este material con el de primer grado. Adicionalmente puede mencionarse que la extensión del texto desde la primera lección del libro es mucho mayor que la correspondiente al texto de cualquier lección de primer grado.

Por otro lado, comparativamente las actividades propuestas en el libro de texto de tercer grado muestran globalmente un nivel de problematización bastante más bajo que las de segundo. En algunos casos las actividades aparecen como muy dirigidas y en general no da la sensación de que impliquen para el alumno un fuerte trabajo respecto a la búsqueda de estrategias o a selección de información. Cabe aclarar que en el fichero de actividades se presentan algunos problemas de mayor grado de dificultad y en el libro del maestro se indica el uso de este material.

El nivel de dificultad de las actividades propuestas en el libro de texto de cuarto grado es bastante más alto que el observado en tercero, sin embargo este cambio no parece exagerado sino más bien necesario.

En quinto grado vuelve a presentarse una situación semejante a la señalada para segundo, donde se manifiesta un cambio en el nivel de dificultad tal vez demasiado grande y sobre todo, no gradual.

Los problemas de sexto grado son en general extensos y de un nivel alto de dificultad pero acorde con el grado anterior.

Estas diferencias pueden explicarse por el proceso que siguió la elaboración de los materiales. En la primera etapa, distintos equipos de trabajo se encargaron simultáneamente de la elaboración de los libros de texto correspondientes a primero, tercero y quinto grados; en esas condiciones era difícil prever lo que contendrían los materiales de los grados inmediatos cuando aún no se habían concretado. Posteriormente fueron elaborados los libros correspondientes a segundo, cuarto y sexto, básicamente por los mismos equipos que elaboraron el inmediato anterior. Esto permitió que en general

hubiera mayor continuidad en los libros del mismo ciclo, aunque no es muy claro en el caso de primero y segundo grados. Por otro lado, la elaboración de los componentes de cada paquete no correspondió necesariamente a los mismos autores, lo que permite que se originen ciertas diferencias que se notan al revisar los materiales en conjunto.

La comprensión del proceso histórico de elaboración de los materiales no justifica, sin embargo, que las incongruencias aquí señaladas, así como las deficiencias en el tratamiento de algunos contenidos que se han marcado en las secciones anteriores de este capítulo, persistan después de cinco años de la publicación de los últimos materiales. Sería altamente recomendable que se hicieran las modificaciones correspondientes.

Por último, cabe señalar que falta congruencia entre los programas de matemáticas e historia, respecto al momento en que se abordan los contenidos de tiempo y su medición. Para este tema los programas de matemáticas indican para segundo grado los contenidos correspondientes al calendario, meses, semanas y días; en tercero se contemplan la lectura del reloj y los conceptos de horas y minutos que se profundizarán en cuarto, junto con la introducción de las unidades de tiempo mayores a un año. Por otro lado los programas de historia consideran los siguientes contenidos desde primer grado: el reloj, el calendario, los meses del año, las semanas, los días y las horas, y en tercer grado ya se consideran lustros, décadas y siglo.

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos establecido, de diversas maneras, un diagnóstico acerca de qué matemáticas, para qué y cómo se supone que se enseñan en el nivel de primaria en México:

- el *qué* fue analizado sobre todo en la sección 4.2 del documento, donde se estableció un seguimiento de contenidos; contribuyen a redondear el panorama la sección 4.5, donde se analizaron las habilidades que los materiales ponen en juego, y la sección 4.6, donde se reportó el léxico que los niños adquieren en el transcurso de la primaria;
- el *para qué* fue analizado principalmente en la sección 4.1, donde se reportaron los propósitos enunciados en los materiales; algunas partes del apartado 4.3.1, acerca del uso de diversos contenidos en la resolución de problemas, contribuyen también a dar un marco al respecto;
- el *cómo* fue abordado esencialmente en la sección 4.7 al hablar del enfoque, pero algunos aspectos de éste fueron analizados también en la sección 4.3 al exponer la participación de la resolución de problemas y del uso de instrumentos en el proceso educativo, y en la sección 4.4 al estudiar la conceptualización de los diversos temas.

Sería imposible resumir aquí en unas cuantas líneas todo el trabajo de diagnóstico que se estableció en el capítulo anterior. Destacaremos solamente algunos aspectos importantes. En una primera sección haremos una valoración general de los libros del niño. En una segunda sección presentaremos algunos aspectos deficientes que fueron detectados en los materiales y que podrían ser fácilmente corregidos. Por último, expondremos algunos detalles del conocimiento matemático con que cuenta el niño que termina la primaria y otros acerca de los conocimientos insuficientemente construidos.

## **5.1 APRECIACIÓN GLOBAL**

En general, puede decirse que los materiales de trabajo analizados presentan las características necesarias para concretar la propuesta actual de enseñanza de las matemáticas en lo referente tanto a los propósitos como al enfoque establecidos.

Cabe señalar que estamos hablando del potencial de los materiales, porque los resultados reales sobre su uso en la práctica quedan precisamente en la forma en que éstos son utilizados en el salón de clase, y no pueden conocerse a través de un estudio de las características del que aquí se reporta.

En el supuesto de que los materiales funcionen en la práctica áulica como se plantea en ellos, los propósitos generales planteados acerca del aprendizaje de las matemáticas (reproducidos en la sección 4.1 de este documento) se cumplen. Efectivamente, el alumno desarrolla:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas. El niño se enfrenta a problemas desde primer grado y a lo largo de toda la primaria (véase en particular las secciones 4.2 y 4.3), y aprende a resolverlos, primero utilizando los recursos que tiene a mano y posteriormente, gracias a la construcción que ello implica, mediante procedimientos convencionales. El constante contacto con problemas implica la capacidad de reconocerlos como tales. Dentro de este propósito, el área que menos atención recibe es la de planteamiento de problemas; sin embargo, a pesar de que son pocas las lecciones que invitan al niño a inventar problemas, ésta es una actividad que le es conocida y sobre la cual puede seguir trabajando en sus estudios posteriores.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados. El niño desarrolla, sobre todo en los últimos grados, las habilidades de anticipación numérica y geométrica (véase al respecto el apartado 4.5.4).
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática. Sobre todo en los últimos grados, el niño debe frecuentemente expresar sus procedimientos y comparar sus resultados con los de sus compañeros (véase el apartado 4.5.8). Por otra

parte, los contenidos del eje 4 referentes a la interpretación de la información, que se manejan en los materiales con frecuencia y complejidad crecientes, le permiten desarrollar la capacidad de interpretar (véanse los apartados 4.2.8 a 4.2.10); el mismo resultado tienen, como se ha visto (cf. el apartado 4.5.6) el desarrollo de las habilidades de acomodamiento y decantamiento de la información, sobre todo en sexto grado.

- La imaginación espacial. El desarrollo de las habilidades de percepción (cf. 4.5.3) le permite al niño acrecentar su imaginación espacial. Aquí cabe mencionar, sin embargo, que esta imaginación está mucho más trabajada en el plano que en el espacio.
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones. Estas habilidades son desarrolladas particularmente en quinto grado (cf. 4.5.4); aunque el trabajo en este sentido podría reforzarse más en sexto grado, la habilidad se fue desarrollando con anterioridad.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo. Como se señaló en el apartado 4.3.2, el niño maneja constantemente instrumentos de medición, primero informales y luego convencionales, con un énfasis en la medición de longitudes. El juego de geometría se utiliza también constantemente en los últimos tres grados. En cuanto a la calculadora, que aunque a nuestro modo de ver está subutilizada, también se maneja en los ciclos primero y último.
- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias. Las habilidades de operaciones mentales (cf. 4.5.7), que se ejercen en forma creciente a lo largo de la primaria, le permiten al niño desarrollar el pensamiento abstracto.

La principal característica de la actual propuesta es, sin duda, el enfoque de enseñanza de las matemáticas que propone. Aunque nunca se enuncia explícitamente, podemos afirmar que este enfoque incorpora elementos constructivistas. Varios aspectos nos permiten hacer tal afirmación: entre ellos están los procesos de construcción conceptual descritos en la sección 4.8 y analizados a la luz de la variable conceptualización en la

sección 4.4; el énfasis en la acción del niño, tanto física (por ejemplo al manipular objetos, o al utilizar instrumentos) como mental (por ejemplo al resolver problemas o al hacer análisis de la información); la visión acerca de la no linealidad del proceso de aprendizaje cuando, como se ve en la sección 4.2, se regresa constantemente a la construcción conceptual aún después de haber llegado a algún nivel de institucionalización. Sin embargo, el enfoque está enriquecido por otras visiones acerca del proceso de aprendizaje, que se manifiestan en el énfasis otorgado a diversos procesos: la resolución de problemas como motor del aprendizaje, el análisis de la información, la comunicación interpersonal acerca de los procesos y resultados matemáticos, y el desarrollo de múltiples habilidades, desde la coordinación motriz fina hasta las que llevan al desarrollo del pensamiento abstracto.

La gran mayoría de los contenidos propuestos en los programas son cubiertos por los libros del niño. La forma en que esto ocurre es amena y, si se utilizan de la manera en que se propone, puede ser altamente eficaz.

Si bien la valoración global de la propuesta arroja resultados altamente positivos, se detectaron en esta investigación algunos desaciertos que, a nuestro juicio, son fácilmente remediabiles y que al ser subsanados permitirían contar con un material de gran calidad, congruencia interna y acorde a los resultados de investigaciones recientes sobre los factores a considerar para favorecer el aprendizaje significativo de las matemáticas. Éstos serán expuestos en la siguiente sección.

## **5.2 ALGUNOS PROBLEMAS DETECTADOS EN LOS MATERIALES**

Los problemas detectados pueden considerarse en dos categorías:

- por un lado aquellos que se refieren al tratamiento de contenidos, que a su vez pueden clasificarse como problemas generados por omisiones, la forma de presentación, o errores conceptuales;
- por otro lado ciertas carencias, sobre sugerencias de trabajo, que se perciben en los materiales dirigidos a los maestros.



### 5.2.1 Tratamiento de contenidos

Una breve recapitulación de aspectos comentados en el capítulo anterior nos permite hacer las siguientes observaciones sobre algunos de los problemas referentes al tratamiento de contenidos.

En relación al eje de los números, sus relaciones y sus operaciones, encontramos gran cantidad de trabajo en la construcción de los números naturales y sus operaciones, lo que se observa desde primer grado y se reafirma a lo largo de toda la primaria. Sin embargo, no ocurre así en el caso de los números fraccionarios, cuya construcción y operatoria se presentan con mucho menor trabajo de por medio. La situación se agrava al ser introducidos los decimales, ya que aquí puede señalarse omisión respecto a su construcción e institucionalización, según se mencionó en 4.2.3. En ese mismo sentido, se puede señalar que en sexto grado, al trabajar con números naturales en general, se hace referencia a cantidades tan grandes como años luz, no así en el caso de decimales a números tan pequeños como dimensiones de bacterias u organismos unicelulares. Así, el propósito general de manejo significativo de los números se cumple sólo parcialmente.

También se observa que el aprovechamiento de la calculadora es pobre en relación al manejo que se tiene actualmente sobre su potencial en la construcción de conocimiento, ya que ésta se utiliza casi siempre como herramienta para efectuar operaciones, cuando podría emplearse para reafirmar otros contenidos e incluso preparar el camino al aprendizaje del álgebra en secundaria.

Con respecto a los contenidos del eje de medición, se tiene mucho trabajo alrededor de medición de longitudes, pero, como se mencionó en el apartado 4.2.5, se observa que el trabajo acerca de la relación entre el perímetro y el área se realiza sólo en segundo y cuarto grados, y que a lo largo de los seis grados hay muy poco trabajo alrededor de la medición de capacidad y volumen. Así mismo, encontramos muy pocas lecciones dedicadas a medición del tiempo, contrariamente al planteamiento de los programas.

Con respecto a la presentación de los temas del eje de geometría, es ostensible que la línea para su tratamiento no está definida con claridad, ya que, como se menciona en 4.2.7, este eje no tiene una estructura que permita un mejor manejo de los contenidos. En general, el trabajo referido a tres dimensiones es deficiente, sobre todo en los grados de tercero a quinto. Hay pocas lecciones en las que se trabaja con cuerpos geométricos, lo cual a su vez redundaría en el escaso trabajo sobre capacidad y volumen en medición. Las lecciones relacionadas con ubicación espacial también presentan problemas debidos en ciertos casos al diseño gráfico.

Los contenidos correspondientes a los ejes de tratamiento de la información y procesos de cambio se presentan globalmente bien estructurados y sin problemas de los tipos mencionados.

En cuanto al tratamiento de contenidos, el mayor problema detectado se manifiesta en el eje de predicción y azar. En este eje, como ya se señaló en 4.2.13 y 4.2.14, no se percibe una línea coherente de construcción, y hay graves errores conceptuales y algunas actividades cuya solución requeriría de conocimientos que rebasan significativamente las propuestas para este nivel educativo.

Por otra parte, a pesar de que en general los libros promueven un amplio desarrollo de habilidades al abordar los contenidos mediante la resolución de problemas, no ocurre así en el libro de tercer grado. Esto es debido a que, aunque las situaciones problemáticas propuestas son ricas en el sentido de dar pie a un gran trabajo de problematización, las actividades son demasiado dirigidas y esa posible riqueza se pierde.

Este bajo nivel de problematización en tercero repercute en una pérdida de experiencia y práctica en cuestionar, analizar, acomodar, decantar y usar información en la resolución de problemas; se limita así una línea de desarrollo. En cuarto grado aumenta este trabajo de manera congruente con el nivel de tercero, pero el efecto de la baja problematización de tercer grado y, consiguientemente, de cuarto, es que la dificultad de quinto se percibe como exageradamente alta. A pesar de estas deficiencias del libro de ter-

cero, insistimos en que esto es relativamente fácil de subsanar, ya que las situaciones problemáticas planteadas en él son más explotables y podrían llevar a un mayor desarrollo de habilidades, más congruente con lo propuesto hasta segundo y desde quinto grados, y con los propósitos generales de la educación primaria. Esto redundaría en el sostenimiento y crecimiento de la línea de trabajo.

Otra modificación que sería importante realizar en el paquete de libros para el niño es suavizar el paso de un grado a otro; esto es particularmente álgido en el paso de primero a segundo grados y de cuarto a quinto grados.

### **5.2.2 Paquete de materiales para el maestro.**

El maestro recibe un paquete de materiales por grado. Si pretende preparar su clase de matemáticas, se encontrará con el fichero de actividades, el avance programático, el libro para el maestro y el plan y programas, además del libro del niño. Cada uno de ellos es una guía insuficiente para abordar el curso: se repiten en algunos aspectos, no son lo bastante explícitos en otros y suelen ignorar los otros elementos del paquete de materiales. En ninguno de ellos se sugiere cómo usar este paquete, en qué orden leer o consultar cada material, ni cuál de ellos es prioritario en caso de sugerencias no totalmente coincidentes. El avance programático se presenta como un auxiliar de planeación, pero éste no hace referencia alguna al libro del maestro, ni remite a otro material que al libro del niño y al fichero de actividades, de tal manera que podría trabajarse con estos tres materiales sin leer nunca los otros dos, que son los que plantean la propuesta con mayor detalle. En el fichero de actividades se enlistan los materiales para el maestro, y entre ellos no se menciona Plan y programas. En el libro del maestro se hace referencia a todos los materiales, pero en los que se hacen sugerencias de tratamiento adicional de las lecciones o del manejo del trabajo en el aula pareciera no existir el fichero de actividades. En este material se hace referencia al avance programático como adicional al libro para el maestro. Plan y programas presenta los contenidos y enfoque por grado, pero no remite a los otros materiales.

Aquí es pertinente hacer una observación. Los materiales para el niño están contru-  
idos en torno a un enfoque de enseñanza distinto al que han usado la mayoría de los  
maestros, pero si se pretende utilizarlos con otra perspectiva, se puede llegar a absur-  
dos. Por ejemplo, en el libro de segundo grado se va construyendo el concepto de mul-  
tiplicación y se culmina con la presentación del cuadro de multiplicaciones, pero si un  
maestro pretende, al impartir el curso con este libro, empezar como se hacía tradicio-  
nalmente con las tablas de multiplicación, todo el trabajo del libro resulta intrascendente  
y la construcción conceptual no se lograría jamás. Es decir, los libros tienen en general  
muy buena calidad siempre y cuando se respete, en la impartición de la materia, el en-  
foque que los materiales dirigidos al maestro exponen de manera dispersa y poco clara,  
pero su calidad se ve altamente mermada si se utilizan con un enfoque tradicional.

Esto hace sumamente necesario que haya un material rector de este paquete para el  
maestro, que presente enfoque y propósitos de la nueva propuesta, y que diga cómo  
usar los otros materiales para el maestro, o bien que se modifique la estructura de estos  
cuatro materiales para que puedan ser correctamente consultados.

### ***5.3 ALGUNAS OBSERVACIONES ACERCA DEL ACERVO DEL NIÑO QUE INICIA LA SECUNDARIA***

El trabajo de construcción de los diversos conceptos dentro de cada eje temático es  
muy heterogéneo; se privilegian algunos temas como números naturales y longitud y se  
descuidan otros que, además, coinciden con puntos tradicionalmente problemáticos en  
el aprendizaje de las matemáticas, como son las fracciones, los decimales y el volumen.

Los números naturales y las fracciones se han considerado, cada una en sí misma, una  
línea bien estructurada y desarrollada (4.2.3); también se ha encontrado que existe un  
largo trabajo de construcción conceptual en números naturales, fuerte en construcción,  
aplicaciones e institucionalización. Sin embargo, el trabajo con fracciones es mucho  
menor en los tres aspectos, por lo que se considera que constituye un trabajo incipiente  
en la construcción conceptual de este tipo de números, que deberá continuarse en la

escuela secundaria con la claridad de que los alumnos no dominan estos números ni sus operaciones.

Con respecto a los decimales y sus operaciones, no se realiza un trabajo de construcción del mismo tipo. Se introducen primero como símbolos y luego se empieza a dar significados en diversos contextos a estos números y sus operaciones, por lo que para las generaciones que realicen sus estudios con este material deberá realizarse trabajo de construcción, uso, aplicación y nueva institucionalización en secundaria.

A nuestro parecer la línea de números decimales debe rehacerse y considerar un proceso cuidadoso de construcción conceptual, pues el manejo de estos números es un aspecto conflictivo en estudios posteriores y en diversas situaciones cotidianas.

Con los contenidos de los otros ejes programáticos hay un fenómeno similar al que se acaba de comentar, y que debe ser considerado, sea para hacer cambios en la primaria, sea para diseñar el trabajo en la secundaria. Globalmente el eje de medición está bien estructurado, y cada una de las magnitudes abordadas tiene su propio proceso de construcción conceptual. El concepto de longitud ha adquirido significado en múltiples experiencias y puede usarse para resolver problemas de diversos tipos que incluyen el cálculo de perímetros con procedimientos convencionales que se dominan; hay un avanzado grado de construcción conceptual en este terreno en la secundaria. No pasa lo mismo con los conceptos de volumen, capacidad, peso, tiempo y las relaciones entre algunos de ellos que apenas se han tratado. Estos procesos debieran entonces retomarse en secundaria, y también revisarse si no hace falta un mayor nivel de construcción de algunos de estos conceptos para la vida cotidiana de los adolescentes o adultos.

El eje de geometría tiene también conceptos más desarrollados que otros. En particular se privilegia el trabajo en el plano por encima del trabajo en el espacio.

Hay una serie de conceptos importantes, de los que si bien no puede esperarse que se logre su total adquisición a lo largo de la primaria, sí puede realizarse un intenso trabajo de construcción paulatina que no se detecta en estos materiales. Es especialmente notorio el muy incipiente trabajo de conceptualización en porcentaje, pues es un conocimiento que requiere comprenderse y que el alumno esté en capacidad de operar con él en múltiples situaciones cotidianas básicas y por ende ligadas a las finalidades de la educación primaria. En un caso similar están los conceptos ligados al azar y la probabilidad, donde no se puede esperar, a partir de los materiales actuales, que el niño haya adquirido las bases conceptuales para una ulterior construcción, sino que incluso puede habersele inducido a errores y confusiones que agraven las dificultades inherentes a la materia.

#### **5.4 CAMINOS QUE QUEDAN ABIERTOS**

A partir de esta investigación se deja abierta la posibilidad de desarrollar trabajo en distintas direcciones. Valgan, a modo de ejemplo, los siguientes. Se puede realizar un trabajo de campo en el aula para detectar tanto lo que los docentes realmente enseñan como lo que los alumnos realmente aprenden. Asimismo, se puede hacer una investigación referente a la formación de los maestros para el óptimo aprovechamiento de los paquetes de materiales según el enfoque propuesto. Como se mencionó previamente, este equipo de trabajo está ya realizando en la Universidad Pedagógica Nacional un estudio en torno a los aspectos didácticos y psicopedagógicos involucrados en los libros de texto gratuitos y los ficheros de actividades.

Por otra parte, hemos recabado una serie de observaciones, tanto puntuales como globales, sobre los materiales. Creemos que convendría que la Secretaría de Educación Pública tomara estas observaciones en cuenta para el mejoramiento tanto del paquete de uso para el niño como del destinado al maestro.

# BIBLIOGRAFÍA

## Materiales analizados

- (PP) SEP. Educación básica. Primaria. Plan y programas de estudio. México, 1993. Tiraje: 700 000 ej.
- (LN1) Block Sevilla, David Francisco, Alicia Lily Carvajal Juárez, Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez y Norma Patricia Martínez Falcón, Juan Leove Ortega Pérez (colaborador). Coordinación de David Francisco Block Sevilla e Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez. Matemáticas. Primer grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición 1993, segunda reimpresión 1995, 144 págs. Tiraje: 3 400 000 ej.
- (LR1) Block Sevilla, David Francisco, Alicia Lily Carvajal Juárez, Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez y Norma Patricia Martínez Falcón, Juan Leove Ortega Pérez (colaborador). Coordinación de David Francisco Block Sevilla e Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez. Matemáticas. Primer grado. Recortable. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera reimpresión revisada 1994. Tiraje: 2 818 712 ej.
- (FA1) Dávila Vega, Martha (redacción), David Block Sevilla (asesoría), María de los Ángeles Olivera Bustamante e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Fichero Actividades didácticas. Matemáticas. Primer grado. SEP. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 77 500 ej.
- (LM1) Dávila Vega, Martha y David Block Sevilla. Asesoría: Renato Rosas Domínguez. Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado. SEP, México, diciembre de 1995. Tiraje: 81 600 ej.
- (AP1) Dávila, Martha (redacción), Irma Fuenlabrada (asesoría), Ma de los Ángeles Olivera e Irma G. Pasos (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alba Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Avance programático. Primer grado. SEP. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 30 000 ej.
- (LN2) De León Pérez, Humberto Jaime, Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez, Néstor Raymundo González Tovar, María del Rocío Guzmán Miranda, Zorobabel Martiradoni Galindo, Juan Leove Ortega Pérez, Ruth Valencia Pulido (colaboradora). Coordinación de Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez. Matemáticas. Segundo grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición 1994, primera reimpresión 1995, 175 págs. Tiraje: 1 550 000 ej.
- (LR2) De León Pérez, Humberto Jaime, Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez, Néstor Raymundo González Tovar, María del Rocío Guzmán Miranda, Zorobabel Martiradoni Galindo, Juan Leove Ortega Pérez, Ruth Valencia Pulido (colaboradora). Coordinación de Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez. Matemáticas. Segundo gra-

do. Recortable. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición 1994, segunda reimpression 1996. Tiraje: 3,472,000 ej.

- (FA2) Dávila Vega, Martha (redacción), David Block Sevilla (lector externo), Alicia Carvajal Juárez, Irma Griselda Pasos Orellana y María de los Ángeles Olivera Bustamante (colaboradoras). Fichero Actividades didácticas. Matemáticas. Segundo grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 43 750 ej.
- (LM2) Dávila Vega, Martha (redacción), David Francisco Block Sevilla, Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez y Renato Rosas Domínguez (asesores), María de los Ángeles Olivera Bustamante e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alva Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado. SEP, Comisión Nacional de los libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 71 900 ej.
- (AP2) Dávila Vega, Martha (redacción), Irma Rosa Fuenlabrada Velázquez (asesoría), María de los Ángeles Olivera e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alva Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Avance programático. Segundo grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 30 000 ej.
- (LN3) Ávila Storer, Alicia, Hugo Balbuena Corro, Pedro Bollás García, Juan Castrejón Téllez. Coordinación de Alicia Ávila Storer y Hugo Balbuena Corro. Matemáticas. Tercer grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición 1993, tercera reimpression 1996, 191 págs. Tiraje: 3 138 000 ej.
- (FA3) Ávila Storer, Alicia, Hugo Balbuena Corro (redacción), Renato Rosas Rodríguez (asesoría), Pedro Bollás García, Martha Dávila Vega, Ma. De los Ángeles Olivera Bustamante, Irma Pasos Orellana, Mónica Shulmaister Lagos (colaboradores). Fichero Actividades didácticas. Matemáticas. Tercer grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 216 300 ej.
- (LM3) Ávila Storer Alicia (redacción), Renato Rosas Rodríguez (asesoría), Pedro Bollás García (colaborador). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alva Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 216 300 ej.
- (AP3) Ávila, Alicia (redacción), Renato Rosas (asesoría), Pedro Bollás (colaborador). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alva Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Avance programático. Tercer grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 30 000 ej.
- (LN4) Ávila, Alicia, Hugo Balbuena y Pedro Bollás. Matemáticas. Cuarto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición, 1994, segunda reimpression revisada 1995, 189 págs. Tiraje: 2 665 000 ej.
- (FA4) María de los Ángeles Olivera Bustamante (redacción), Hugo Balbuena Corro, Martha Dávila Vega (asesoría), Irma Griselda Pasos Orellana y Hugo Espinosa Pérez (colaboradores). Fichero Actividades didácticas. Matemáticas. Cuarto Gra-



- do. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 205 000 ej.
- (LM4) García Montes, Víctor Manuel (redacción), Hugo Balbuena Corro (asesoría), María de los Ángeles Olivera Bustamante e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alba Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición, 1994. Tiraje: 213 000 ej.
- (AP4) García, Víctor (redacción), Renato Sergio Rosas (asesoría), María de los Ángeles Olivera e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alba Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Avance programático. Cuarto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 210 000 ej.
- (LN5) Pérez Hernández, Esnel, Gonzalo López Rueda, Santiago Rubio Ramírez, Santiago Valiente Barderas, Marco Antonio García Juárez, Mario Rivera Álvarez, María de Jesús Sentíes y Elizabeth García Pascual. Coordinación de Gonzalo López Rueda y Esnel Pérez Hernández. Matemáticas. Quinto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera reimpresión revisada, 1994, primera reimpresión, 1995, 207 págs. Tiraje: 2 600 000 ej.
- (FA5) Schulmaister Lagos, Mónica, Hugo Balbuena (redacción), Renato Rosas (asesoría), María de los Ángeles Olivera Bustamante e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Fichero Actividades didácticas. Matemáticas. Quinto Grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 208 400 ej.
- (LM5) Schulmaister Lagos, Mónica (redacción), Renato Rosas (asesoría). Libro para el maestro. Matemáticas Quinto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición, 1994, primera reimpresión revisada, 1995. Tiraje: 92 800 ej.
- (AP5) Schulmaister, Mónica (redacción), Renato Rosas (asesoría), Ma. de los Ángeles Olivera e Irma G. Pasos (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alba Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Avance programático. Quinto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 208 000 ej.
- (LN6) López Rueda, Gonzalo, Esnel Pérez Hernández, Marco Antonio García Juárez, Mario Rivera Álvarez, Elizabeth García Pascual y Rafael Durán Ponce. Coordinación de Gonzalo López Rueda y Esnel Pérez Hernández. Matemáticas. Sexto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, primera edición 1994, segunda reimpresión 1996, 207 págs. Tiraje: 2 506 000 ej.
- (FA6) Schulmaister Lagos, Mónica (redacción), Esnel Pérez Hernández, Renato Rosas Rodríguez (asesoría), Hugo Espinosa Pérez (colaborador). Fichero Actividades didácticas. Matemáticas. Sexto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1995. Tiraje: 55 650 ej.

- (LM6) Schulmaister Lagos, Mónica (redacción), Renato Rosas Rodríguez (asesoría), María de los Ángeles Olivera Bustamante e Irma Griselda Pasos Orellana (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alba Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 200 000 ej.
- (AP6) Schulmaister, Mónica (redacción), Renato Rosas (asesoría), Ma de los Ángeles Olivera e Irma G. Pasos (colaboradoras). Coordinación general de Elisa Bonilla Rius, Alba Martínez Olivé y Rodolfo Ramírez Raymundo. Avance programático. Sexto grado. SEP, Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos. México, 1994. Tiraje: 30 000 ej.

### **Bibliografía de consulta**

- Artigue, Michelle, *Epistémologie et didactique*, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 10, no. 2.3, Grenoble, France, 1990, pp. 241-286.
- Ausubel, David P. et al., *Significado y aprendizaje significativo en Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, México, Trillas, 1983.
- Briand, Jöel y Carmen Chamorro, *Glossaire de Didactique en Documents pour la formation de professeurs d'école en Didactique des Mathématiques*, Péault, H. (ed) Paris, France, IREM de Paris VII, 1991, pp. 141-145.
- Brousseau, Guy, *Modélisation de situation didactiques en Études en Didactique des Mathématiques*, Bordeaux, IREM de Bordeaux, 1987, pp. 49-63.
- Douady, Régine, *Jeux de Cadres et dialectique outil-objet* Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 7. no. 2, Grenoble, France, 1986, pp. 5-31.
- Figueras, Olimpia et. al. Guía del maestro Quinto grado. SEP, México, 1992, en Construcción del conocimiento matemático en la escuela, Antología básica UPN, México, 1994.
- Filloy, Eugenio, *La observación en matemática educativa. Modelos teóricos locales y sistemas matemáticos de signos*, México, (Notas del autor), 1997.
- Freudenthal, Hans, *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht, Holland, Reidel Pub. Co. 1983.
- Gutiérrez, Angel y Adela Jaime, *Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio en El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, Llinares, S. (comp.), Granada, España, Comares, 1996, pp. 143-171.
- Kruteskii, V.A., *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*, Chicago, USA, The University of Chicago Press, 1976.
- Moreno Fernández, Xóchitl et al., *Matemáticas en Análisis curricular de la educación primaria*, México, UPN, 1994, pp. 224-282.

- Peltier, Marie-Lise, Una visión general de la Didáctica de las Matemáticas en Francia, Educación Matemática, vol.5, no. 2, México, 1993, pp. 4-10.
- Piaget, Jean, Introducción a la epistemología genética. 1, El pensamiento matemático, México, Paidós, 1991.
- Poder Ejecutivo Federal, Programa para la Modernización Educativa 1989-1994, México, 1989.
- Puig, Luis, Elementos de Resolución de Problemas, Granada, España, COMARES, 1996.
- Puig, Luis, Análisis fenomenológico en La educación matemática en la enseñanza secundaria, Rico, Luis (compilador), Barcelona, España, Horsori (en prensa), 1997.
- Streefland, Leen, Realistic Mathematics Education. What does it mean? en Contexts free Production Texts and Geometry in Real Mathematics Education, K. Gravemeijer, M. Van Den Heuvel, L. Streefland (Eds.), Netherlands, Utrecht: Scott and Foresman, 1990, pp. 1-9.
- Teppo, Anne R., Diverse ways of knowing en Qualitative Research Methods in Mathematics Education, Anne R. Teppo (ed), Reston, Virginia, USA, NCTM, 1998.
- Vergnaud, Gérard, La théorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 10, no 2.3, Grenoble, France, 1990, pp. 133-170.

## **ANEXO 1**

### **PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS DE LA ESCUELA PRIMARIA**

**EMITIDOS POR LA SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
EN 1993**

## PRIMER GRADO

### LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

#### Números naturales

Los números del 1 al 100

Conteos

Agrupamientos y desagrupamientos en decenas y unidades

Lectura y escritura

Orden de la serie numérica

Antecesor y sucesor de un número

Valor posicional

Introducción a los números ordinales

Planteamiento y resolución de problemas sencillos de suma y resta mediante diversos procedimientos, sin hacer transformaciones

Algoritmo convencional de la suma y de la resta sin transformaciones

### MEDICIÓN

#### Longitudes y áreas

Comparación de longitudes, de forma directa y utilizando un intermediario

Comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento

Medición de longitudes utilizando unidades de medida arbitrarias

#### Capacidad, peso y tiempo

Comparación directa de la capacidad de recipientes

Comparación directa del peso de dos objetos

Uso de la balanza para comparar el peso de dos objetos

Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias

Uso de los términos “antes y después”, “ayer, hoy y mañana”, y “mañana, tarde y noche”, asociados a actividades cotidianas

Las actividades que se realizan en una semana

### GEOMETRÍA

#### Ubicación espacial

Ubicación

Del alumno en relación con su entorno

Del alumno en relación con otros seres u objetos

De objetos o seres entre sí

Uso de las expresiones “arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda”

Introducción a la representación de desplazamientos sobre el plano

#### Cuerpos geométricos

Representación de objetos del entorno mediante diversos procedimientos

Clasificación de objetos o cuerpos bajo distintos criterios (por ejemplo, los que ruedan y los que no ruedan)

Construcción de algunos cuerpos mediante diversos procedimientos (plastilina, popotes u otros)

#### Figuras geométricas

Reproducción pictórica de formas diversas

Reconocimiento de círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos en diversos objetos

Identificación de líneas rectas y curvas en objetos del entorno

Trazo de figuras diversas utilizando la regla

Elaboración de grecas

## TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Planteamiento y resolución de problemas sencillos que requieran recolección, registro y organización de información, utilizando pictogramas
- Resolución de problemas y elaboración de preguntas sencillas que puedan responderse a partir de una ilustración

## SEGUNDO GRADO

### LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

#### Números naturales

- Los números de tres cifras
  - Conteos
  - Agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades
  - Lectura y escritura
  - Orden de la serie numérica
  - Antecesor y sucesor de un número
  - Valor posicional
- Uso de números ordinales en contextos familiares para el alumno
- Planteamiento y resolución de diversos problemas de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos
- Algoritmo convencional de la suma y resta, con transformaciones
- Introducción a la multiplicación mediante resolución de problemas que impliquen agrupamientos y arreglos rectangulares, utilizando diversos procedimientos
- Escritura convencional de la multiplicación (con números de una cifra)
- Construcción del cuadro de multiplicaciones
- Planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos

### MEDICIÓN

#### Longitudes y áreas

- Medición de longitudes y superficies utilizando medidas arbitrarias
- Comparación y ordenamiento de varias longitudes y áreas
- Introducción al uso de la regla graduada como instrumento que permite comparar longitudes

#### Capacidad, peso y tiempo

- Uso de la balanza para comparar el peso de objetos
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias
- Comparación y ordenamiento de varios objetos y recipientes, de acuerdo con su peso y su capacidad
- Uso del calendario: meses, semanas y días

### GEOMETRÍA

#### Ubicación espacial

- Ubicación
  - Del alumno en relación con su entorno
  - Del alumno en relación con otros seres u objetos
  - De objetos o seres entre sí
- Los puntos cardinales
- Representación de desplazamientos sobre el plano
  - Trayectos, caminos y laberintos
  - Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia

### Cuerpos geométricos

- Representación de cuerpos y objetos del entorno utilizando diversos procedimientos
- Clasificación de objetos o cuerpos geométricos bajo distintos criterios (por ejemplo, caras planas y caras redondas)
- Construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos

### Figuras geométricas

- Trazo de figuras diversas utilizando la regla
- Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas
- Clasificación de diversas figuras geométricas bajo distintos criterios (por ejemplo, lados curvos y lados rectos, número de lados)
- Dibujo y construcción de motivos utilizando figuras geométricas

## TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Interpretación de la información contenida en ilustraciones, registros y pictogramas sencillos
- Resolución e invención de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración
- Invención de problemas a partir de expresiones numéricas dadas

## TERCER GRADO

### LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

#### Números naturales

- Los números de cuatro cifras
  - Conteos
  - Agrupamientos y desagrupamientos en millares, centenas, decenas y unidades
  - Lectura y escritura
  - Orden de la serie numérica
  - Antecesor y sucesor de un número
  - Valor posicional
- Lectura y escritura de números ordinales
- Planteamiento y resolución de problemas más complejos de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos (por ejemplo, problemas de búsqueda de faltantes o problemas que requieran dos operaciones para su solución)
- Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación con números hasta de dos cifras, mediante distintos procedimientos
- Algoritmo convencional de la multiplicación
- Multiplicación de números terminados en ceros
- Planteamiento y resolución de diversos problemas de división, con números hasta de tres cifras mediante procedimientos no convencionales (por ejemplo, soluciones con apoyo de dibujos, suma iterada, resta o multiplicación)
- Algoritmo de la división con números de dos cifras entre una cifra

#### Números fraccionarios

- Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes
- Representación convencional de las fracciones
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material

## MEDICIÓN

### Longitudes y áreas

- Medición y comparación de áreas utilizando unidades de medida arbitrarias
- Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de unidades de medida convencionales: el metro, el centímetro y el centímetro cuadrado
- Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales
- Resolución de problemas sencillos que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro y el cuarto de metro
- Resolución de problemas sencillos que impliquen el uso de instrumentos de medición: el metro sin graduar y la regla graduada en centímetros

### Capacidad, peso y tiempo

- Medición del peso y la capacidad utilizando el kilo, el medio kilo, el cuarto de kilo, el litro, el medio litro y el cuarto de litro
- El año, los meses, las semanas y los días
- Uso del calendario para programar actividades e identificar fechas
- Lectura del reloj de manecillas: horas y minutos
- Uso de expresiones: “media hora” y “un cuarto de hora”
- Uso de instrumentos de medición: la balanza y el reloj

## GEOMETRÍA

### Ubicación espacial

- Representación en el plano de la ubicación de seres y objetos del entorno inmediato
- Representación de desplazamientos sobre el plano: trayectos tomando en cuenta puntos de referencia
- Diseño, lectura e interpretación de croquis
- Observación y representación de objetos desde diversas perspectivas

### Cuerpos geométricos

- Características de los cuerpos (por ejemplo, número de caras, forma de las caras)
- Introducción a la construcción de cubos utilizando diversos procedimientos
- Representación gráfica de cuerpos y objetos

### Figuras geométricas

- Clasificación de cuadriláteros y triángulos a partir de sus características: igualdad de sus lados, paralelismo, perpendicularidad y simetría
- Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas
- Simetría
- Ejes de simetría de una figura (identificación y trazo)
- Construcción y reproducción de figuras mediante diversos procedimientos
- Trazo de líneas paralelas y perpendiculares mediante doblado de papel
- Uso de la regla para trazar líneas y figuras

## TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Planteamiento y resolución de problemas sencillos en los que se requiera recolectar y registrar información periódicamente
- Invencción y redacción de preguntas a partir de enunciados que contienen datos numéricos
- Resolución e invención de preguntas y problemas sencillos que puedan resolverse con los datos que contiene una ilustración

## PREDICCIÓN Y AZAR

- Predicción de hechos y sucesos en situaciones sencillas en las que no interviene el azar
- Identificación y realización de juegos en los que interviene o no interviene el azar



## CUARTO GRADO

### LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

#### Números naturales

Los números de cinco cifras

Lectura y escritura

Antecesor y sucesor de un número

Construcción de series numéricas

Valor posicional

Los números en la recta numérica

Reglas para la escritura de los números ordinales y su uso en diferentes contextos.

Planteamiento y resolución de problemas diversos, más complejos, de suma y resta con números hasta de cinco cifras

Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación

Planteamiento y resolución de problemas de división, mediante diversos procedimientos

Algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras

#### Números fraccionarios

Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, tercios, quintos y sextos)

Diversos recursos para encontrar la equivalencia entre algunas fracciones

Fracciones con denominador 10, 100 y 1000

Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador

Ubicación de fracciones en la recta numérica

Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales

Algoritmo convencional de la suma y resta de fracciones con igual denominador

#### Números decimales

Lectura y escritura de cantidades con punto decimal hasta centésimos, asociados a contextos de dinero y medición

Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de números decimales asociados a contextos de dinero y medición

### MEDICIÓN

#### Longitudes, áreas y volúmenes

Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro como unidades de medida

Introducción del kilómetro como la unidad que permite medir grandes distancias y recorridos largos

Introducción a la noción de volumen mediante diversas construcciones en las que se utilicen cajas o cubos de masa o plastilina

Planteamiento y resolución de problemas diversos que impliquen el cálculo de perímetros

Medición del área de figuras de lados rectos, utilizando cuadrículas

Resolución de problemas que impliquen la medición de superficies con el centímetro y el metro cuadrado

Introducción a la fórmula del área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo

Resolución de problemas que impliquen el uso de instrumentos de medición: la regla graduada en milímetros y la cinta métrica

#### Capacidad, peso y tiempo

Situaciones sencillas que ilustren el uso del mililitro y el miligramo (por ejemplo, empaques de medicamentos)

Uso del reloj y el calendario

El lustro, la década, el siglo, el milenio

Uso de instrumentos de medición: la báscula, recipientes graduados en mililitros y centilitros para medir líquidos

## GEOMETRÍA

### Ubicación espacial

- Representación de puntos y desplazamientos en el plano
- Diseño, lectura e interpretación de croquis y planos
- Lectura e interpretación de mapas

### Cuerpos geométricos

- Clasificación de cuerpos geométricos bajo los criterios: forma de las caras, número de caras, número de vértices y número de aristas
- Actividades para introducir la construcción de cuerpos geométricos (por ejemplo, mediante el trazo de forros con restricciones)

### Figuras geométricas

- Comparación de ángulos, en forma directa y con intermediario
- Uso del transportador en la medición de ángulos
- Clasificación de figuras geométricas a partir del número de lados, número de lados iguales, ángulos iguales y número de ejes de simetría
- Reconocimiento de diferentes triángulos respecto a sus lados y ángulos (triángulo isósceles, escaleno y equilátero; triángulo rectángulo)
- Trazo de las alturas de los triángulos (casos sencillos)
- Composición y descomposición de figuras geométricas
- Trazo de líneas paralelas y perpendiculares utilizando diversos procedimientos
- Trazo del círculo utilizando una cuerda

## TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Recolección y registro de datos provenientes de la observación
- Representación de información en tablas de frecuencia y gráficas de barras
- Uso de la frecuencia absoluta en el manejo de la información
- Análisis e interpretación de la información proveniente de una pequeña encuesta

## PROCESOS DE CAMBIO

- Problemas sencillos que introduzcan al alumno a la elaboración de tablas de variación proporcional

## PREDICCIÓN Y AZAR

- Registros de los resultados de experimentos aleatorios
- Representación de los resultados de un experimento aleatorio en tablas y gráficas
- Uso de las expresiones “más probable” y “menos probable” en la predicción de resultados
- Realización de juegos o experimentos cuyos resultados dependen del azar

## QUINTO GRADO

### LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

#### Números naturales

- Los números de seis cifras
  - Lectura y escritura
  - Antecesor y sucesor de un número
  - Construcción de series numéricas
  - Valor posicional
  - Los números en la recta numérica

Los números romanos  
Planteamiento y resolución de problemas que conduzcan a la descomposición de un número en sumandos o factores  
Planteamiento y resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales  
Uso de la calculadora en la resolución de problemas

#### Números fraccionarios

Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, séptimos y novenos)  
Utilización de diversos recursos para mostrar la equivalencia de algunas fracciones  
Planteamiento y resolución de problemas con fracciones cuyos denominadores sean 10, 100 y 1000  
Actividades para introducir las fracciones mixtas  
Ubicación de fracciones en la recta numérica  
Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores iguales y diferentes, mediante la equivalencia de fracciones  
Algoritmo de la suma y de la resta de fracciones utilizando equivalencias  
Empleo de la fracción como razón y como división, en situaciones sencillas  
Cálculo de porcentajes mediante diversos procedimientos

#### Números decimales

Lectura y escritura de números decimales, asociados a diversos contextos  
Comparación y orden en los números decimales  
Equivalencia entre décimos, centésimos y milésimos  
Planteamiento y resolución de problemas diversos de suma y resta de números decimales hasta milésimos  
Planteamiento y resolución de problemas de multiplicación de números decimales  
Planteamiento y resolución de problemas de división de números naturales con cociente hasta centésimos  
Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales entre números naturales  
Uso de la calculadora para resolver problemas

### MEDICIÓN

#### Longitudes, áreas y volúmenes

Planteamiento y resolución de problemas que impliquen el cálculo del perímetro de polígonos y de figuras curvilíneas utilizando diversos procedimientos  
Resolución de problemas que impliquen el cálculo del área de polígonos, trapecios y romboides por descomposición en cuadrados, triángulos y rectángulos  
Planteamiento y resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas utilizando el metro cuadrado, el decímetro cuadrado y el centímetro cuadrado  
El kilómetro cuadrado como unidad de medida para expresar la superficie de grandes extensiones  
Relación entre el perímetro y el área de una figura  
Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados  
Aproximación del área de polígonos irregulares y de figuras curvilíneas utilizando cuadrículas  
Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas  
El centímetro cúbico como unidad de medida del volumen  
Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del metro

#### Capacidad, peso y tiempo

Relación entre la capacidad y el volumen; relación entre el decímetro cúbico y el litro  
Relaciones entre la hora, los minutos y los segundos asociadas a la resolución de problemas (conversiones)

Uso de instrumentos de medición: el dinamómetro y la báscula  
Introducción al estudio sistemático del sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo

## GEOMETRÍA

### Ubicación espacial

Introducción de los ejes de coordenadas cartesianas para ubicar seres y objetos en mapas o croquis

Las coordenadas de un punto

### Cuerpos geométricos

Construcción y armado de patrones de cubos y prismas

### Figuras geométricas

Trazo de figuras utilizando la regla y la escuadra

Uso de la regla, escuadra y compás para trazar figuras a partir de ejes de simetría, líneas paralelas y perpendiculares

Uso del compás para trazar círculos

Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (por ejemplo, igualdad de ángulos, igualdad de lados, paralelismo y simetría)

Construcción de figuras a escala (casos sencillos)

## TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas

Análisis de las tendencias en gráficas de barras: promedios, valor más frecuente, la mediana

Recopilación y análisis de información de diversas fuentes

## PROCESOS DE CAMBIO

Elaboración de tablas de variación proporcional y no proporcional para resolver problemas

Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa

Elaboración de gráficas de variación proporcional y no proporcional

Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje

## PREDICCIÓN Y AZAR

Problemas que impliquen arreglos o permutaciones de dos o tres objetos. Lista de resultados posibles

Uso de diagramas de árbol para resolver problemas de conteo. Lista de resultados posibles

Experimentos aleatorios y análisis de los resultados posibles y de los casos favorables

Identificación de la mayor o menor probabilidad de los eventos

## SEXTO GRADO

### LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

#### Números naturales

Los números naturales

Lectura y escritura

Antecesor y sucesor de un número

Construcción de series numéricas

Valor posicional

Los números en la recta numérica

Reflexión sobre las reglas del sistema de numeración decimal  
Múltiplos de un número  
Mínimo común múltiplo  
Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya solución implique dos o más operaciones  
Uso de la calculadora en la resolución de problemas

#### Números fraccionarios

Ubicación de fracciones en la recta numérica  
Equivalencia y orden entre las fracciones  
Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas  
Conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa  
Simplificación de fracciones  
Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común

#### Números decimales

Lectura y escritura de números decimales  
Ubicación de números decimales en la recta numérica  
Escritura en forma de fracción de números decimales; escritura decimal de algunas fracciones  
Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta con números decimales hasta milésimos  
Planteamiento y resolución de problemas de multiplicación de números decimales hasta milésimos  
Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales entre números naturales  
Expresión de porcentajes en números decimales  
Uso de la calculadora para resolver problemas

### MEDICIÓN

#### Longitudes, áreas y volúmenes

Perímetro del círculo  
Uso de fórmulas para resolver problemas que impliquen el cálculo de áreas de diferentes figuras  
Uso de la hectárea en la resolución de problemas  
Planteamiento y resolución de problemas sencillos que impliquen el cálculo del volumen de cubos y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas  
Fórmula para calcular el volumen del cubo y de algunos prismas  
Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados  
Cálculo del área total de prismas  
Profundización en el estudio del sistema métrico decimal: múltiplos y submúltiplos del metro; algunos múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y del metro cúbico  
Relación entre las unidades de longitud del sistema métrico decimal y el sistema inglés (metro y yarda, centímetro y pulgada, centímetro y pie, kilómetro y milla terrestre)

#### Capacidad, peso y tiempo

Problemas que impliquen conversión de unidades de tiempo (año, mes, día, hora, minuto y segundo)  
Introducción a algunos aspectos de la historia de la medición  
Profundización en el estudio del Sistema Métrico Decimal: múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo  
La tonelada como unidad de medida  
Relación entre las unidades de capacidad y peso del sistema métrico decimal y el sistema inglés (litro y galón, kilogramo y libra)

## GEOMETRÍA

### Ubicación espacial

- Construcción a escala de croquis del entorno
- Uso de los ejes de coordenadas cartesianas
- Lectura de mapas

### Cuerpos geométricos

- Construcción y armado de patrones de prismas, cilindros y pirámides

### Figuras geométricas

- Construcción de figuras a escala
- Reconocimiento de las semejanzas y diferencias entre dos figuras a escala
- Construcción de figuras a partir de sus diagonales
- Clasificación de figuras utilizando diversos criterios (por ejemplo, tamaño de sus lados, número de lados, medida de sus ángulos, número de vértices, pared de lados paralelos, diagonales iguales, diagonales diferentes, puntos de intersección de las diagonales, número de ejes de simetría, etcétera)
- Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría
- Trazo y reproducción de figuras utilizando regla y compás

## TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Organización de la información en tablas, diagramas, gráficas de barras o pictogramas
- Análisis de las tendencias en gráficas de barras: promedios, valor más frecuente, la mediana
- Uso de la frecuencia relativa en la resolución de problemas
- Recopilación y análisis de información de diversas fuentes
- Análisis de problemas en los que se establezca si hay suficiente información para poder resolverlos y se distinga entre datos necesarios y datos irrelevantes

## PROCESOS DE CAMBIO

- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen la elaboración de tablas y gráficas de variación proporcional y no proporcional
- Análisis de las tendencias en tablas de variación proporcional y no proporcional
- Relación entre situaciones de variación y las tablas y gráficas correspondientes
- El valor unitario como procedimiento para resolver ciertos problemas de proporcionalidad
- Los productos cruzados como método para comprobar si hay o no proporcionalidad
- Planteamiento y resolución de problemas de porcentaje

## PREDICCIÓN Y AZAR

- Registro en tablas y gráficas de los resultados de diversos experimentos aleatorios
- Uso de diagramas de árbol para contar el número de resultados posibles en experimentos sencillos
- Comparación de dos eventos a partir del número de casos favorables sin cuantificar su probabilidad
- Análisis e interpretación de gráficas para hacer predicciones

## **ANEXO 2**

### CLASIFICACIÓN DE LA VARIABLE CONTENIDOS

# LOS NÚMEROS, SUS RELACIONES Y SUS OPERACIONES

## **NÚMEROS Y SUS RELACIONES**

### **NÚMEROS NATURALES**

#### **.1.1.1 Comparación pre-conteo y pre-orden**

.1.1.1.1 Sin números

.1.1.1.2 Con símbolos informales

.1.1.1.3 Con numerales

.1.1.1.4 Uso en la resolución de problemas

.1.1.1.5 Comparaciones pre-orden no numéricas

#### **.1.1.2 Conteo de $k$ en $k$**

.1.1.2.1  $k=1$ , hasta el 9

.1.1.2.2  $k=1$ , hasta el 99

.1.1.2.3  $k=1$ , hasta el 999

.1.1.2.4  $k=1$ , hasta el 9,999

.1.1.2.5  $k=1$ , números naturales en general

.1.1.2.6  $k < 10$ , números naturales en general

.1.1.2.7  $k = a \times 10^b$ , números naturales en general

.1.1.2.8 Técnicas de conteo

.1.1.2.9 Uso en la resolución de problemas



### **.1.1.3 Agrupamientos y desagrupamientos en millares, centenas, decenas y unidades**

- .1.1.3.1 Hasta el 9
- .1.1.3.2 Hasta el 99
- .1.1.3.3 Hasta el 999
- .1.1.3.4 Hasta el 9,999
- .1.1.3.5 Números naturales en general
- .1.1.3.6 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.4 Lectura y escritura**

- .1.1.4.1 Hasta el 9
- .1.1.4.2 Hasta el 99
- .1.1.4.3 Hasta el 999
- .1.1.4.4 Hasta el 9,999

.1.1.4.5 Hasta el 99,999

.1.1.4.6 Hasta el 999,999

.1.1.4.7 Números naturales en general

.1.1.4.8 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.5 Orden de la serie numérica**

.1.1.5.1 Hasta el 9

.1.1.5.2 Hasta el 99

.1.1.5.3 Hasta el 999

.1.1.5.4 Hasta el 9,999

.1.1.5.5 Números naturales en general

.1.1.5.6 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.6 Antecesor y sucesor de un número**

.1.1.6.1 Hasta el 9

.1.1.6.2 Hasta el 99

.1.1.6.3 Hasta el 999

.1.1.6.4 Hasta el 9,999

.1.1.6.5 Hasta el 99,999

.1.1.6.6 Hasta el 999,999

.1.1.6.7 Números naturales en general

.1.1.6.8 Uso en la resolución de problemas

.1.1.6.9 Cero

### **.1.1.7 Construcción de series numéricas**

.1.1.7.1 Hasta el 9

.1.1.7.2 Hasta el 99

.1.1.7.3 Hasta el 999

.1.1.7.4 Hasta el 9,999

.1.1.7.5 Hasta el 99,999

.1.1.7.6 Hasta el 999,999

.1.1.7.7 Números naturales en general

.1.1.7.8 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.8 Valor posicional**

.1.1.8.1 Hasta el 9

.1.1.8.2 Hasta el 99

.1.1.8.3 Hasta el 999

.1.1.8.4 Hasta el 9,999

.1.1.8.5 Hasta el 99,999

.1.1.8.6 Hasta el 999,999

.1.1.8.7 Números naturales en general

.1.1.8.8 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.9 Los números en la recta numérica**

- .1.1.9.1 Hasta el 9
- .1.1.9.2 Hasta el 99
- .1.1.9.3 Hasta el 999
- .1.1.9.4 Hasta el 9,999
- .1.1.9.5 Hasta el 99,999
- .1.1.9.6 Hasta el 999,999
- .1.1.9.7 Números naturales en general
- .1.1.9.8 Uso en la resolución de problemas

### **NÚMEROS ORDINALES**

#### **.1.1.10 Lectura y escritura**

- .1.1.10.1 Conceptos básicos
- .1.1.10.2 Reglas

### **.1.1.11 Uso**

- .1.1.11.1 Conceptos básicos
- .1.1.11.2  
Uso en contextos familiares  
para el alumno
- .1.1.11.3 Uso en diferentes contextos

### **otras representaciones numéricas**

#### **.1.1.12 Números romanos**

- .1.1.12.1  
Lectura y escritura
- .1.1.12.2  
Uso en diferentes contextos

#### **.1.1.13 Otros sistemas**

### **1.1.1.1 Sistemas de numeración figurativos**

### 1.1.1.2 Numeración oral

## NÚMEROS FRACCIONARIOS

### .1.1.14 Concepto de fracción

.1.1.14.1 Concepto básico

.1.1.14.2 Medios, cuartos, octavos

.1.1.14.3 Tercios, quintos, sextos

.1.1.14.4 Séptimos, novenos

.1.1.14.5 Otros denominadores

.1.1.14.6

Representación convencional  
de las fracciones

.1.1.14.7

Fracciones mixtas e impropias

.1.1.14.8

Manejo simultáneo de distintas  
unidades

.1.1.14.9 Uso en la resolución de problemas

### .1.1.15 Equivalencia de fracciones

.1.1.15.1 Equivalencia entre fracciones

.1.1.15.2 Simplificación de fracciones

.1.1.15.3 Productos cruzados

.1.1.15.4

Conversión de fracciones mix-  
tas a impropias y viceversa

.1.1.15.5 Uso en la resolución de problemas

### .1.1.16 Relación entre fracciones y números decimales

.1.1.16.1  
Fracciones con denominador  
10, 100 y 1000

.1.1.16.2  
Escritura en forma de fracción  
de números decimales

.1.1.16.3  
Escritura decimal de algunas  
fracciones

.1.1.16.4  
Resolución de problemas con  
fracciones cuyos denominado-  
res sean 10, 100 y 1000

### **.1.1.17 Orden**

.1.1.17.1  
Comparación de fracciones  
manteniendo constante el nu-  
merador o el denominador

.1.1.17.2  
Ubicación de fracciones en la  
recta numérica

.1.1.17.3  
Orden entre fracciones

.1.1.17.4      Uso en la resolución de  
problemas

### **.1.1.18 Las fracciones como resultado de operacio- nes**

.1.1.18.1 Reparto

.1.1.18.2  
Fraccionamiento de longitudes

.1.1.18.3  
La fracción como razón

.1.1.18.4  
La fracción como división

.1.1.18.5 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.19 Lectura y escritura**

.1.1.19.1 Fracciones comunes

.1.1.19.2 Fracciones mixtas

## **NÚMEROS DECIMALES**

### **.1.1.20 Lectura y escritura**

.1.1.20.1 Hasta décimos

.1.1.20.2 Hasta centésimos

.1.1.20.3 En general

.1.1.20.4 Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.21 Orden**

.1.1.21.1

Comparación y orden en los números decimales

.1.1.21.2

Equivalencia entre décimos, centésimos y milésimos

.1.1.21.3

Ubicación de números decimales en la recta numérica

.1.1.21.4

Uso en la resolución de problemas

### **.1.1.22 Aproximaciones y redondeo**

.1.1.22.1 Aproximaciones

.1.1.22.2 Redondeo

.1.1.22.3 Resolución de problemas

### **.1.1.23 El sistema de numeración**

.1.1.23.1 Valor posicional

## **OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES**

### **SUMA**

#### **.1.1.24 Concepto**

.1.1.24.1 Agrupamientos

.1.1.24.2 Yuxtaposiciones

#### **.1.1.25**

##### **Algoritmo**

.1.1.25.1 Sin transformaciones

.1.1.25.2 Con transformaciones

#### **.1.1.26 Descomposición de un número en sumandos**

#### **.1.1.27 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.27.1 Procedimientos informales

.1.1.27.2 Sin transformaciones

.1.1.27.3

Con transformaciones, hasta el 1,000

.1.1.27.4

Con transformaciones, hasta el 100,000

.1.1.27.5

Con transformaciones, números naturales en general

### **resta**

#### **.1.1.28 Concepto**

.1.1.28.1 Desagrupamientos

.1.1.28.2 Yuxtaposiciones

.1.1.28.3 Suma “con agujero”

.1.1.28.4 Resta “con agujero”

### **.1.1.29 Algoritmo**

.1.1.29.1 Sin transformaciones

.1.1.29.2 Con transformaciones

### **.1.1.30 Expresión de un número como suma o resta de otros**

### **.1.1.31 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.31.1 Procedimientos informales

.1.1.31.2 Sin transformaciones

.1.1.31.3

Con transformaciones, hasta el  
1,000

.1.1.31.4

Con transformaciones, hasta el  
100,000

.1.1.31.5

Con transformaciones, números  
naturales en general

## **MULTIPLICACIÓN**

### **.1.1.32 Concepto**

.1.1.32.1

Agrupamientos y arreglos rec-  
tangulares

.1.1.32.2

El área como significación de la  
multiplicación

.1.1.32.3

Situaciones de proporcionalidad  
como significaciones de la mul-  
tiplicación



.1.1.32.4 Escritura convencional

.1.1.32.5 Cuadro de multiplicaciones

### **.1.1.33 Algoritmo**

.1.1.33.1 Algoritmo convencional

.1.1.33.2

Multiplicación de números terminados en ceros

### **.1.1.34 Descomposición de un número en factores**

### **.1.1.35 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.35.1 Procedimientos informales

.1.1.35.2 Con números hasta el 100

.1.1.35.3 Con números mayores de 100

### **.1.1.36 Múltiplos y divisores**

.1.1.36.1 Múltiplos de un número

.1.1.36.2 Mínimo común múltiplo

.1.1.36.3 Divisores de un número

.1.1.36.4 Máximo común divisor

.1.1.36.5 Uso de múltiplos en la resolución de problemas

.1.1.36.6 Uso de divisores en la resolución de problemas

.1.1.36.7 Pares e impares

### **.1.1.37 Potenciación**

.1.1.37.1 Uso del cuadrado asociado a áreas

.1.1.37.2 Uso del cubo asociado a volúmenes

.1.1.37.3 Potencias de 10

## **DIVISIÓN**

### **.1.1.38 Concepto**

.1.1.38.1 Reparto

.1.1.38.2 Agrupamientos

.1.1.38.3 Escala

.1.1.38.4 Inverso multiplicativo

.1.1.38.5 Multiplicación “con agujero”

.1.1.38.6 División “con agujero”

.1.1.38.7 Escrituras convencionales

### **.1.1.39 Algoritmo**

.1.1.39.1

Divisor de una cifra

.1.1.39.2 Divisor de dos o más cifras

### **.1.1.40 Descomposición de un dividendo en cociente por divisor más residuo**

### **.1.1.41 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.41.1 Procedimientos informales

.1.1.41.2 Números hasta de tres cifras

.1.1.41.3 Números de tres o más cifras

## **VARIAS OPERACIONES**

### **.1.1.42 Resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales**

## **OPERACIONES CON NÚMEROS FRACCIONARIOS**

### **SUMA**

### **.1.1.43 Concepto**

.1.1.43.1 Agrupamientos

.1.1.43.2 Yuxtaposiciones

### **.1.1.44 Algoritmo**

.1.1.44.1 Con igual denominador

.1.1.44.2

Con diferente denominador, utilizando equivalencias

.1.1.44.3

Con diferente denominador y cálculo de denominador común

.1.1.44.4

Con fracciones mixtas

### **.1.1.45 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.45.1

Suma de medios, cuartos u octavos

.1.1.45.2

Con otros denominadores iguales

.1.1.45.3

Con denominadores diferentes, utilizando equivalencias

.1.1.45.4

Con denominadores diferentes y cálculo del denominador común

.1.1.45.5

Suma de fracciones mixtas

### **.1.1.46 Descomposición de una fracción en sumandos**

.1.1.46.1 Con igual denominador

.1.1.46.2 Con denominadores distintos

### **resta**

### **.1.1.47 Concepto**

.1.1.47.1 Desagrupamientos

.1.1.47.2 Yuxtaposiciones

.1.1.47.3 Suma y resta “con agujero”

### **.1.1.48 Algoritmo**

.1.1.48.1 Con igual denominador

.1.1.48.2

Con diferente denominador, utilizando equivalencias

.1.1.48.3 Con diferente denominador, y cálculo de denominador común

.1.1.48.4 Con fracciones mixtas

### **.1.1.49 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.49.1

Resta de medios, cuartos u octavos

.1.1.49.2

Con otros denominadores iguales

.1.1.49.3

Con denominadores diferentes, utilizando equivalencias

.1.1.49.4

Con denominadores diferentes y cálculo del denominador común

.1.1.49.5

Resta de fracciones mixtas

### **multiplicación**

**.1.1.50 Concepto**

**.1.1.51 Algoritmo**

**.1.1.52 Uso en la resolución de problemas**

- .1.1.52.1 Multiplicación de una fracción por un entero

**Varias operaciones**

**.1.1.53 Resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números fraccionarios**

***OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES***

**SUMA**

**.1.1.54 Concepto**

- .1.1.54.1 Agrupamientos

- .1.1.54.2 Yuxtaposiciones

**.1.1.55 Algoritmo**

**.1.1.56 Uso en la resolución de problemas**

- .1.1.56.1 Dinero

- .1.1.56.2 Medición hasta décimos

- .1.1.56.3 Medición hasta centésimos

- .1.1.56.4 Medición hasta milésimos

**resta**

**.1.1.57 Concepto**

- .1.1.57.1 Desagrupamientos

- .1.1.57.2 Yuxtaposiciones

- .1.1.57.3 Suma y resta “con agujero”

**.1.1.58 Algoritmo**

**.1.1.59 Uso en la resolución de problemas**

- .1.1.59.1 Dinero

.1.1.59.2 Medición hasta décimos

.1.1.59.3 Medición hasta centésimos

.1.1.59.4 Medición hasta milésimos

## **MULTIPLICACIÓN**

**.1.1.60 Algoritmo**

**.1.1.61 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.61.1 Hasta centésimos

.1.1.61.2 Hasta milésimos

## **DIVISIÓN**

**.1.1.62 Algoritmo**

**.1.1.63 Uso en la resolución de problemas**

.1.1.63.1

División de naturales con cociente hasta centésimos

.1.1.63.2

Números decimales entre números naturales

## **Varias operaciones**

**.1.1.64 Resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números decimales**

## ***OPERACIONES USANDO LA CALCULADORA***

**suma, resta, multiplicación, división**

**.1.1.65 Con números naturales**

**.1.1.66 Con números decimales**

**Otras operaciones**

***PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES***

**Producto de pares e impares**

**Suma de pares e impares**

# MEDICIÓN

## LONGITUDES

### PROCESO DE MEDICIÓN

#### .1.1.1 Concepto

#### .1.1.2 Sin unidades

.1.1.2.1 Comparación directa

.1.1.2.2 Comparación y ordenamiento

.1.1.2.3 Comparación con un intermediario

#### .1.1.3 Con unidades

.1.1.3.1 Comparación con un intermediario

.1.1.3.2

Comparación y ordenamiento con unidades arbitrarias

.1.1.3.3

Comparación y ordenamiento con unidades convencionales

.1.1.3.4 Estimación de longitudes

### UNIDADES CONVENCIONALES Y SU USO

#### .1.1.4 Unidades

.1.1.4.1 Metro

.1.1.4.2 Medio metro y cuarto de metro

.1.1.4.3 Decímetro

.1.1.4.4 Centímetro

.1.1.4.5 Milímetro

.1.1.4.6 Kilómetro



### **.1.1.5 Sistema Métrico Decimal**

.1.1.5.1 Múltiplos y submúltiplos del metro

### **.1.1.6 Comparación con el sistema inglés**

.1.1.6.1 Metro y yarda

.1.1.6.2 Centímetro y pulgada

.1.1.6.3 Centímetro y pie

.1.1.6.4 Kilómetro y milla terrestre

## **USO DE INSTRUMENTOS**

### **.1.1.7 Metro sin graduar**

### **.1.1.8 Regla graduada**

.1.1.8.1 Regla graduada en centímetros

.1.1.8.2 Regla graduada en milímetros

.1.1.8.3 Cinta métrica

## **PERÍMETROS**

### **.1.1.9 Perímetros de figuras**

.1.1.9.1 En general

.1.1.9.2 Polígonos

.1.1.9.3 Circunferencia

.1.1.9.4 Figuras curvilíneas

### **.1.1.10 Relaciones**

.1.1.10.1 Entre lados y perímetro de polígonos

.1.1.10.2 Entre radio, diámetro y circunferencia

## **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**.1.1.11 Uso de unidades**

**.1.1.12 Uso de instrumentos**

**.1.1.13 Cálculo de perímetros**

## **ÁREAS**

## PROCESO DE MEDICIÓN

**.1.1.14**

**Concepto**

**.1.1.15**

**in unidades**

.1.1.15.1

Comparación por superposición y recubrimiento

.1.1.15.2 Comparación y ordenamiento

**.1.1.16**

**Con unidades**

.1.1.16.1 Comparación con unidades arbitrarias

.1.1.16.2

Comparación y ordenamiento con unidades convencionales

.1.1.16.3 Estimación de áreas

.1.1.16.4 Conteo de unidades

## UNIDADES CONVENCIONALES Y SU USO

**.1.1.17**

**Unidades**

.1.1.17.1 **S**  
Metro cuadrado

.1.1.17.2 Decímetro cuadrado

.1.1.17.3 Centímetro cuadrado

.1.1.17.4 Hectárea

.1.1.17.5 Kilómetro cuadrado

**.1.1.18**

**Sistema Métrico Decimal**

.1.1.18.1

Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado

## USO DE INSTRUMENTOS

**.1.1.19**

**Regla graduada en milímetros**

**.1.1.20 Cinta métrica**

**ÁREA DE FIGURAS**

**.1.1.21**

**Lados vs áreas**

.1.1.21.1

Relación entre el perímetro y el área de una figura

.1.1.21.2

Variación del área de una figura en función de la medida de sus lados

.1.1.21.3

Variación del área de un círculo en función de la medida del radio o del diámetro

.1.1.21.4 Relación entre la forma y el área de una figura

**.1.1.22**

**reas de polígonos básicos**

.1.1.22.1 Rectángulo

.1.1.22.2 Cuadrado

.1.1.22.3 Triángulo

**.1.1.23**

**Áreas de otros polígonos**

.1.1.23.1

Medición del área de figuras de lados rectos, utilizando cuadrículas

.1.1.23.2

Aproximación del área de polígonos utilizando cuadrículas

.1.1.23.3

Trapecios y romboides por descomposición en cuadrados, triángulos y rectángulos

.1.1.23.4

Otros

**.1.1.24 Á**

**Áreas laterales de cuerpos**

.1.1.24.1 Cálculo del área total

### **.1.1.25**

#### **Áreas de figuras curvilíneas**

.1.1.25.1

Aproximación del área de figuras curvilíneas utilizando cuadrículas

## **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

.1.1.26 **Uso de unidades**

.1.1.27 **Cálculo de áreas**

## ***VOLÚMENES***

## **PROCESO DE MEDICIÓN**

.1.1.28 **Concepto**

.1.1.29 **Sin unidades**

.1.1.29.1 **Noción de volumen**

.1.1.29.2 **Mediante desplazamiento de líquidos**

### **.1.1.30 Con unidades**

.1.1.30.1

Medición del volumen del cubo y de algunos prismas mediante el conteo de unidades cúbicas

.1.1.30.2 **Estimación de volúmenes**

## **UNIDADES CONVENCIONALES Y SU USO**

### **.1.1.31 Unidades**

.1.1.31.1 **Metro cúbico**

.1.1.31.2 **Centímetro cúbico**

### **.1.1.32 Sistema Métrico Decimal**

.1.1.32.1

Algunos múltiplos y submúltiplos del metro cúbico

## **VOLÚMENES DE CUERPOS**

### **.1.1.33 Poliedros**

.1.1.33.1 Cubos

.1.1.33.2 Prismas

.1.1.33.3 Pirámides

### **.1.1.34 Otros cuerpos**

## **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**.1.1.35 Uso de unidades**

**.1.1.36 Cálculo de volúmenes**

## **ÁNGULOS**

### **Proceso de medición**

**.1.1.37 Concepto**

**.1.1.38 Sin unidades**

.1.1.38.1 Comparación directa

.1.1.38.2 Comparación con intermediarios

### **.1.1.39 Con unidades**

.1.1.39.1 Con unidades arbitrarias

.1.1.39.2 Comparación y ordenamiento

.1.1.39.3 Estimación de medida de ángulos

## **Unidades convencionales y su uso**

### **.1.1.40 Unidades**

.1.1.40.1 Grados

## **Uso de instrumentos**

**.1.1.41 Transportador**

## **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

## **CAPACIDAD**

### **PROCESO DE MEDICIÓN**

#### **.1.1.42 Concepto**

#### **.1.1.43 Sin unidades**

##### **.1.1.43.1**

Comparación directa de la capacidad de recipientes

#### **.1.1.44 Con unidades**

.1.1.44.1 Con unidades arbitrarias

.1.1.44.2 Comparación y ordenamiento

.1.1.44.3 Relación entre capacidad y volumen

.1.1.44.4 Estimación de capacidades

### **UNIDADES CONVENCIONALES Y SU USO**

#### **.1.1.45 Unidades**

.1.1.45.1 Litro

.1.1.45.2 Medio litro y cuarto de litro

.1.1.45.3 Centilitro

.1.1.45.4 Mililitro

.1.1.45.5

Relación entre decímetro cúbico y litro

#### **.1.1.46 Sistema Métrico Decimal**

.1.1.46.1 Múltiplos y submúltiplos del litro

#### **.1.1.47 Comparación con el sistema inglés**

.1.1.47.1 Litro y galón

### **USO DE INSTRUMENTOS**

**.1.1.48 Recipientes graduados en mililitros y centilitros para medir líquidos**

### **Resolución de problemas**

## **PESO**

### **PROCESO DE MEDICIÓN**

#### **.1.1.49 Concepto**

#### **.1.1.50 Sin unidades**

##### **.1.1.50.1**

Comparación directa del peso de dos objetos

##### **.1.1.50.2**

Uso de la balanza para comparar el peso de dos objetos

#### **.1.1.51 Con unidades**

.1.1.51.1 Con unidades arbitrarias

.1.1.51.2 Comparación y ordenamiento

.1.1.51.3 Estimación de pesos

### **UNIDADES CONVENCIONALES Y SU USO**

#### **.1.1.52 Unidades**

.1.1.52.1 Kilo

.1.1.52.2 Medio kilo y cuarto de kilo

.1.1.52.3 Gramo

.1.1.52.4 Miligramo

.1.1.52.5 Tonelada

#### **.1.1.53 Sistema Métrico Decimal**

.1.1.53.1 Múltiplos y submúltiplos del gramo

#### **.1.1.54 Comparación con el sistema inglés**

.1.1.54.1 Kilogramo y libra

### **USO DE INSTRUMENTOS**

**.1.1.55 Balanza**

**.1.1.56 Báscula**

**.1.1.57 Dinamómetro**

resolución de problemas

## UNIDADES CONVENCIONALES Y SU USO

### **TIEMPO**

#### **PROCESO DE MEDICIÓN**

**.1.1.58 Concepto**

**.1.1.59 Sin unidades**

.1.1.59.1

Términos “antes y después”,  
“ayer, hoy y mañana”, y “mañana,  
tarde y noche”

**.1.1.60**

**Con unidades**

.1.1.60.1

La semana

.1.1.60.2

estimación de tiempos

**.1.1.61**

**Unidades menores o iguales que el  
día**

.1.1.61.1

Día

.1.1.61.2

Hora

.1.1.61.3

Media hora y cuarto de hora

.1.1.61.4

Minuto

.1.1.61.5

Segundo

**.1.1.62**

**Unidades mayores que el día**

**.1.1.62.1**

Semana



.1.1.62.2

Mes

.1.1.62.3 Bimestre, trimestre, semestre

.1.1.62.4 Año

.1.1.62.5 Lustró, Década

.1.1.62.6 Siglo, Milenio

### **.1.1.63 Conversiones**

.1.1.63.1

Relaciones entre horas, minutos y segundos

.1.1.63.2

Relaciones entre años, meses, días, horas

### **USO DE INSTRUMENTOS**

**.1.1.64 Calendario**

**.1.1.65 Reloj**

.1.1.65.1 De manecillas

.1.1.65.2 Digital

.1.1.65.3 Cronómetro

.1.1.65.4 De sol

.1.1.65.5 Otros

### **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**.1.1.66 Sin conversiones entre unidades**

**.1.1.67 Con conversiones entre unidades**

### ***ASPECTOS GENERALES DE LA MEDICIÓN***

### **HISTORIA**

**.1.1.68 Introducción a algunos aspectos de la historia de la medición**



# GEOMETRÍA

## **UBICACIÓN Y REPRESENTACIÓN EN EL ESPACIO**

### **Ubicación**

#### **.1.1.1 Relativa**

.1.1.1.1

“Arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda”

.1.1.1.2

Del alumno en relación con su entorno

.1.1.1.3

Del alumno en relación con otros seres u objetos

.1.1.1.4

De seres u objetos entre sí

#### **.1.1.2 Geográfica**

.1.1.2.1 Los puntos cardinales

#### **.1.1.3 Resolución de problemas**

### **Representación**

#### **.1.1.4 Observación y representación en tres dimensiones de objetos del entorno**

.1.1.4.1

Observación desde diversas ubicaciones del observador

.1.1.4.2

Representación mediante procedimientos informales

**.1.1.5 Resolución de problemas**

***UBICACIÓN Y REPRESENTACIÓN EN EL PLANO***

**UBICACIÓN en el plano**

**.1.1.6 Relativa**

**.1.1.6.1**

“Arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda”

**.1.1.6.2 De objetos entre sí**

**.1.1.7 Mediante ejes de coordenadas**

**.1.1.7.1**

Representación de puntos en el plano

**.1.1.7.2 Ejes de coordenadas en el plano**

**.1.1.7.3**

Las coordenadas cartesianas de un punto

**.1.1.8 Resolución de problemas**

**1.1.1.3 Uso de retículas**

**REPRESENTACIÓN DE OBJETOS y relaciones EN EL PLANO**

**.1.1.9 Ubicación**

**.1.1.9.1**

“Arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda”

**.1.1.9.2**

Identificación de las posiciones relativas de objetos

**.1.1.9.3**

Uso de coordenadas cartesianas

### **.1.1.10 Representación en el plano**

.1.1.10.1 Representación libre de objetos

.1.1.10.2 Proyección ortogonal desde arriba

.1.1.10.3

Distintas ubicaciones del observador

.1.1.10.4 Reproducción de figuras

### **.1.1.11 Croquis, planos y mapas**

.1.1.11.1 Los puntos cardinales

.1.1.11.2 Lectura

.1.1.11.3 Interpretación

.1.1.11.4 Diseño

.1.1.11.5

Construcción a escala de croquis del entorno

### **.1.1.12 Desplazamientos**

.1.1.12.1 Trayectos, caminos y laberintos

.1.1.12.2

Representación de desplazamientos sobre el plano

.1.1.12.3

Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia

### **.1.1.13 Resolución de problemas**

### **.1.1.14 Uso de retículas**

## **CUERPOS GEOMÉTRICOS**

### **Identificación**

#### **.1.1.15 Cuerpos**

.1.1.15.1 En objetos del entorno

.1.1.15.2 Cuerpos básicos: esfera,  
cubo, cilindro, cono

.1.1.15.3 Prismas y pirámides

.1.1.15.4 Otros poliedros

.1.1.15.5 Otros cuerpos

#### **.1.1.16 Puntos, líneas y figuras en los cuerpos**

.1.1.16.1 Vértice

.1.1.16.2 Arista

.1.1.16.3 Cara y base

.1.1.16.4 Altura

.1.1.16.5 Radio, diámetro

#### **.1.1.17 Resolución de problemas**

### **CLASIFICACIÓN**

**.1.1.18 Con criterios informales**

**.1.1.19 Según forma y número de las caras**

**.1.1.20 Según número de vértices y de aristas**

**.1.1.21 Resolución de problemas**

### **CONSTRUCCIÓN**

**.1.1.22 Con procedimientos informales**

.1.1.22.1 Cubos y otros poliedros

.1.1.22.2 Esferas, conos, cilindros

.1.1.22.3

Reproducción y construcción  
usando poliedros

### **.1.1.23 Patrones y armado de cuerpos geométricos**

.1.1.23.1 Cubos

.1.1.23.2 Prismas

.1.1.23.3 Cilindros y pirámides

### **.1.1.24 Resolución de problemas**

## **REPRESENTACIÓN**

**.1.1.25 Observación y representación de objetos  
desde diversas ubicaciones del observador**

**.1.1.26**

**Representación de objetos del en-  
torno mediante procedimientos in-  
formales**

**.1.1.27 Representación gráfica de cuerpos y objetos**

**.1.1.28 Resolución de problemas**

## **FIGURAS GEOMÉTRICAS**

### **IDENTIFICACIÓN**

#### **.1.1.29 Líneas**

.1.1.29.1 Líneas en objetos del entorno

.1.1.29.2 Líneas rectas y curvas

.1.1.29.3 Otras clases de líneas

.1.1.29.4 Segmentos

.1.1.29.5 Horizontales y verticales

**.1.1.30**

#### **Figuras**

.1.1.30.1 Figuras en objetos del entorno

.1.1.30.2

Figuras básicas: círculos, cuadrados, rectángulos y triángulos

.1.1.30.3 Otros polígonos

.1.1.30.4 Otras figuras

.1.1.30.5 Diferentes triángulos respecto a sus lados y ángulos

.1.1.30.6 Circunferencia

### **.1.1.31 Puntos y líneas en las figuras**

.1.1.31.1 Vértice

.1.1.31.2 Lado

.1.1.31.3 Altura

.1.1.31.4 Diagonal

.1.1.31.5 Diámetro, radio, cuerda

1.1.1.3.1 Lados de triángulos centrales

1.1.1.3.2 Base

### **.1.1.32 Relaciones entre líneas**

.1.1.32.1 Ángulos

.1.1.32.2 Líneas paralelas

.1.1.32.3 Líneas perpendiculares

### **.1.1.33 Simetría**

.1.1.33.1 Simetría

.1.1.33.2 Ejes de simetría de una figura

### **.1.1.34 Semejanza**

.1.1.34.1

Semejanzas y diferencias entre dos figuras a escala

### **.1.1.35 Resolución de problemas**



## CLASIFICACIÓN

### **.1.1.36 Según lados**

.1.1.36.1 Número de lados

.1.1.36.2 Forma de los lados

.1.1.36.3 Tamaño de los lados

### **.1.1.37 Según relación entre lados**

.1.1.37.1 Número de vértices

.1.1.37.2 Tamaño de los ángulos

.1.1.37.3 Paralelismo o perpendicularidad

### **.1.1.38 Según simetría**

### **.1.1.39 Según diagonales**

### **.1.1.40 Resolución de problemas**

#### **1.1.1.4 Con criterios informales**

## CONSTRUCCIÓN

### **.1.1.41 Trazos básicos con procedimientos informales**

.1.1.41.1 Segmento

.1.1.41.2 Círculo y arcos

.1.1.41.3 Perpendiculares y paralelas

.1.1.41.4 Triángulos

.1.1.41.5 Cuadrados

.1.1.41.6 Rectángulos

.1.1.41.7 Ejes de simetría

.1.1.41.8 Figuras modelo

.1.1.41.9 Otras figuras

### **.1.1.42 Reproducción y construcción con figuras básicas**

.1.1.42.1 Motivos

.1.1.42.2 Grecas y patrones

.1.1.42.3 Composición y descomposición

.1.1.42.4

Construcción y transformación a  
partir de figuras básicas

### **.1.1.43 Uso del juego de geometría**

.1.1.43.1 Trazo con regla

.1.1.43.2 Trazo con escuadra

.1.1.43.3 Trazo del círculo con compás

### **.1.1.44 Trazo de figuras básicas con el juego de geometría**

.1.1.44.1 Segmento

.1.1.44.2 Círculo y arcos

.1.1.44.3 Perpendiculares y paralelas

.1.1.44.4 Triángulos

.1.1.44.5 Cuadrados

.1.1.44.6 Rectángulos

.1.1.44.7 Ejes de simetría

.1.1.44.8 Figuras modelo

### **.1.1.45 Otros trazos con el juego de geometría**

.1.1.45.1 Alturas de los triángulos

.1.1.45.2 Trazo a partir de ejes de simetría

.1.1.45.3 Trazo a partir de las diagonales

.1.1.45.4

Trazo y reproducción de figuras  
utilizando regla y compás

**.1.1.46**

**Trazos con problemas de medición**

.1.1.46.1

Reproducción y construcción de  
figuras

.1.1.46.2 Construcción de figuras a escala

**.1.1.47 Resolución de problemas**

# TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

## ***RESOLUCIÓN E INVENCIÓN DE PROBLEMAS***

A partir de información dada

- .1.1.1 A partir de una ilustración
- .1.1.2 A partir de expresiones numéricas
- .1.1.3 A partir de enunciados con datos numéricos

Análisis de problemas

- .1.1.4 Establecimiento de si la información es suficiente para poder resolver un problema
- .1.1.5 Establecimiento de si la información es necesaria para poder resolver un problema
- .1.1.6 Distinción entre datos necesarios y datos irrelevantes

## ***ORGANIZACIÓN E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN***

Recolección

- .1.1.7 A partir de observaciones
  - .1.1.7.1 Simples
  - .1.1.7.2 Periódicas
  - .1.1.7.3 Encuesta
- .1.1.8 A partir de experimentación
- .1.1.9 De otras fuentes
- .1.1.10 Resolución de problemas

Organización

### **.1.1.11 En tablas**

.1.1.11.1 Listado de datos relacionados

.1.1.11.2 Tablas de doble entrada

.1.1.11.3 Tablas de frecuencias

.1.1.11.4 Tablas de frecuencias relativas

### **.1.1.12 En gráficas**

.1.1.12.1 Diagramas de árbol

.1.1.12.2 Pictogramas

.1.1.12.3 Gráficas de barras de frecuencias

.1.1.12.4 Gráficas de barras de frecuencias relativas

.1.1.12.5 Otras gráficas de barras

.1.1.12.6 Gráficas de pastel

.1.1.12.7 Series de tiempo

.1.1.12.8 Otras gráficas

### **.1.1.13 Otras formas de organización de la información**

### **.1.1.14 Resolución de problemas**

### **Interpretación y análisis**

### **.1.1.15 Interpretación**

.1.1.15.1 Interpretación de la información contenida en ilustraciones

.1.1.15.2 Interpretación de la información contenida en registros

.1.1.15.3 Interpretación de la información contenida en pictogramas

.1.1.15.4 Interpretación de la información contenida en mapas, croquis y planos

.1.1.15.5 Interpretación de la información contenida en gráficas de barras

.1.1.15.6 Interpretación de la información contenida en gráficas de pastel

.1.1.15.7 Interpretación de la información contenida en diagramas de árbol

.1.1.15.8 Interpretación de la información contenida en otras gráficas

#### **.1.1.16 Análisis**

.1.1.16.1 Análisis de la información proveniente de una pequeña encuesta

.1.1.16.2 Análisis de información de diversas fuentes

.1.1.16.3 Análisis de tendencias

.1.1.16.4 Otros

#### **.1.1.17 Resolución de problemas**

### ***ESTADÍSTICOS***

#### **Medidas de tendencia central**

#### **.1.1.18 Promedio**

.1.1.18.1 Concepto de promedio

.1.1.18.2 Cálculo

.1.1.18.3 Interpretación

#### **.1.1.19 Valor más frecuente**

#### **.1.1.20 Mediana**

#### **resolución de problemas**

# PROCESOS DE CAMBIO

## ***VARIACIÓN EN GENERAL***

### **Tablas y gráficas**

- .1.1.1 Tablas de variación**
- .1.1.2 Gráficas**
- .1.1.3 Relación entre situaciones de variación y las tablas y gráficas correspondientes**

### **Resolución de problemas**

- 1.1.1.5 Análisis de las tendencias en tablas**

## ***VARIACIÓN PROPORCIONAL***

### **Tablas y gráficas**

- .1.1.4 Tablas de variación proporcional**
- .1.1.5 Gráficas**

- .1.1.6 Relaciones entre los datos de una tabla de proporcionalidad directa**

### **Proporcionalidad**

- .1.1.7 Propiedades**
- .1.1.8 Identificación**

- .1.1.8.1 Productos cruzados**

- .1.1.9 Usos**

- .1.1.9.1 Escalas**

### **Constante de proporcionalidad**

- .1.1.9.2 Constante de proporcionalidad**

- .1.1.9.3 Valor unitario**

## Porcentajes

### .1.1.10 Cálculo

.1.1.10.1

Mediante procedimientos informales

.1.1.10.2 Mediante procedimientos convencionales

### .1.1.11 Expresión del resultado

.1.1.11.1 En números fraccionarios

.1.1.11.2

En números decimales

### .1.1.12 Resolución de problemas

.1.1.12.1 Cuánto es cierto porcentaje de una cantidad

.1.1.12.2 Qué porcentaje es un número de otro

.1.1.12.3 Qué cantidad corresponde al 100%

### Resolución de problemas de variación proporcional

#### 1.1.1.6 Sin tablas

#### 1.1.1.7 Con tablas

1.1.1.7.1 Análisis de las tendencias en tablas



# PREDICCIÓN Y AZAR

## ***NOCIÓN DE AZAR***

### **Noción**

#### **.1.1.1 Identificación**

.1.1.1.1 Situaciones en las que no interviene el azar

.1.1.1.2 Situaciones en las que sí interviene el azar

#### **.1.1.2 Realización de juegos**

.1.1.2.1 En los que no interviene el azar

.1.1.2.2 En los que sí interviene el azar

#### **.1.1.3 Predicción de hechos y sucesos**

.1.1.3.1 En situaciones en las que no interviene el azar

.1.1.3.2 En situaciones en las que sí interviene el azar

## **REGULARIDAD**

### **.1.1.4 Concepto**

**.1.1.5 Realización de experimentos aleatorios y análisis de los resultados**

**.1.1.6 Análisis e interpretación de gráficas para hacer predicciones**

## **HACIA LA CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE PROBABILIDAD**

### **COmparación de eventos**

- .1.1.7 Expresiones “raro” , “poco frecuente”, “frecuente”, “más frecuente”, “menos frecuente”, etc.**
- .1.1.8 Expresiones “más probable” y “menos probable” en la predicción de resultados**
- .1.1.9 Eventos de mayor o menor probabilidad**

### **RESULTADOS POSIBLES Y/O FAVORABLES**

- .1.1.10 Análisis de los resultados posibles y de los casos favorables en experimentos aleatorios**
- .1.1.11 Conteo del número de resultados posibles en experimentos sencillos**

- .1.1.12 Comparación de dos eventos a partir del número de casos favorables sin cuantificar su probabilidad**
- .1.1.13 Resolución de problemas (con arreglos o permutaciones de dos o tres objetos)**

